BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT

BÁO CÁO HỌC THUẬT

Tên đề tài

PHÉP BIẾN ĐỔI HÌNH CHIẾU GIẢI QUYẾT CÁC BÀI TOÁN LƯỢNG CƠ BẢN

Người thực hiện: Hoàng Văn Tài

Khoa: Khoa học Cơ bản

HÀ NỘI – 2023

PHÉP BIẾN ĐỔI HÌNH CHIẾU GIẢI QUYẾT CÁC BÀI TOÁN LƯỢNG CƠ BẢN

1. Đặt vấn đề:

Nền kinh tế tri thức hiện nay đòi hỏi nhiều ở mỗi người phải nắm bắt được những quy luật của tự nhiên và xã hội. Để có được điều đó, trong giáo dục cần phải coi trọng việc phát triển tư duy, dạy cách học, cách suy nghĩ giải quyết vấn đề cho người học.

Trong các trường ĐH khối kỹ thuật, Hình học Họa hình là môn học nghiên cứu các hình không gian trên hai mặt phẳng hình chiếu vuông góc với nhau. Học phần này trang bị những kiến thức và kỹ năng giúp người học đọc hiểu và thiết kế được những bản vẽ kỹ thuật.

Cũng cần lưu ý: Trong thực tiễn, các bản vẽ kỹ thuật thường là hình biểu diễn của những chi tiết máy, những công trình xây dựng…được đặt ở vị trí đặc biệt so với các mặt phẳng hình chiếu nên cần đặt trọng tâm vào các bài toán liên quan đến hình biểu diễn của những hình được đặt ở vị trí đặc biệt.

Tuy nhiên, đa số các bài toán Hình học Họa hình đều được xác định ở trường hợp tổng quát, trong khi cũng với các bài toán đó khi xét ở các trường hợp hay vị trí đặc biệt sẽ cho lời giải ngắn gọn dễ hiểu, đồng thời lời giải của các bài toán đó cũng giúp người học dễ dàng liên tưởng tới các bài toán thực tế của Vẽ kỹ thuật. Bên cạnh đó việc đưa một bài toán dạng tổng quát về các trường hợp đặc biệt còn giúp người học nhận định, phân tích và tìm ra được thuật toán ẩn tàng trong đó.

Thực tế cho thấy đa số sinh viên chưa có tư duy thuật toán hoặc chưa vận dụng tư duy thuật toán một cách hợp lý và linh hoạt. Điều này cản trở rất nhiều tính sáng tạo của người học trong việc sử dụng, khai thác các kiến thức đã được trang bị để giải quyết các tình huống mới được đặt ra.

Báo cáo này trình bày việc khai thác lời giải của một số bài toán Hình học Họa hình sử dụng phép thay mặt phẳng hình chiếu, nhằm mục đích: Giúp người học thấy được sự cần thiết của việc đưa bài toán về trường hợp đặc biệt, qua đó phát triển tư duy thuật toán cũng như từng bước rèn luyện khả năng tự học, tự giải quyết vấn đề cho người học.

2. Giải quyết vấn đề

2.1. Kiến thức cơ sở

Trước hết ta nhắc lại một số kiến thức cơ bản khi thay mặt phẳng hình chiếu

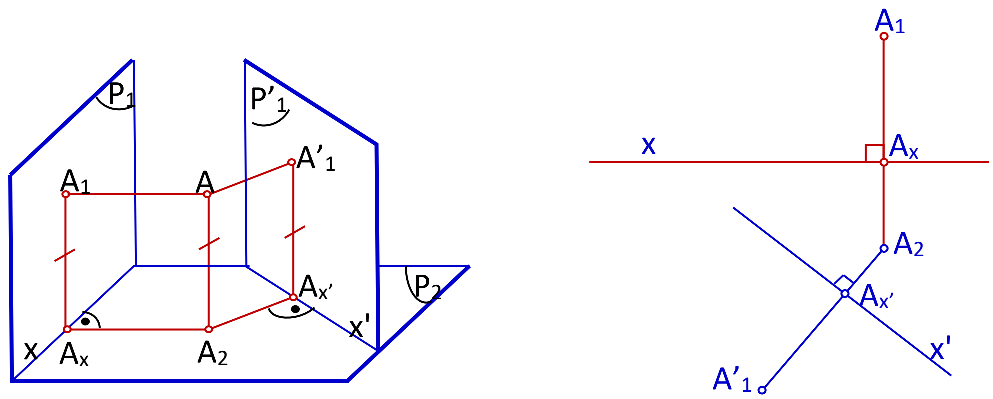
+ Thay mặt phẳng hình chiếu đứng (P_1)

Khi xây dựng hình biểu diễn của điểm A nếu ta thay (P_1) bằng $(P_1')\perp(P_2)$, giữ nguyên vị trí của (P_2) và điểm A (Hình 1a) thì hình chiếu bằng A_2 và độ cao của điểm A không thay đổi.

Việc thay mặt phẳng hình chiếu đứng (P_1) thực hiện trên hình biểu diễn như sau (Hình 1b):

- Thay trục x (là giao tuyến của (P_1) và (P_2)) bằng trục x' (là giao tuyến của (P_1') và (P_2)).

- Thay hình chiếu đứng A_1 của A bằng A'_1 sao cho $A_2A'_1 \perp x'$ và $A_1A_x = A'_1A_{x'}$.



(a) Hình 1 (b)

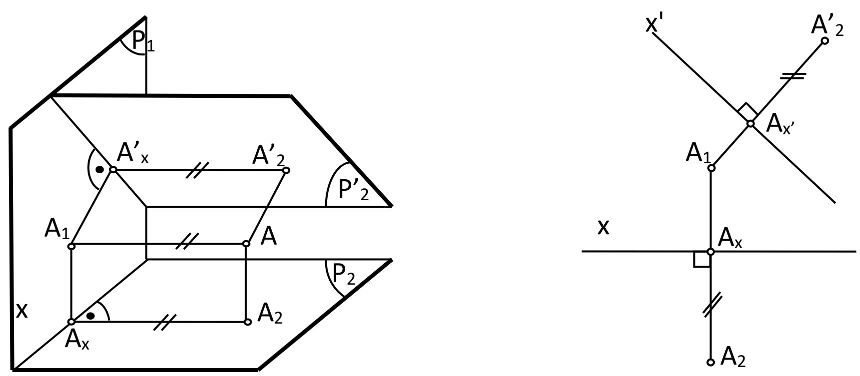
+ Thay mặt phẳng hình chiếu bằng (P_2).

Nếu thay (P_2) bằng $(P_2') \perp (P_1)$, giữ nguyên vị trí của (P_1) và điểm A thì hình chiếu đứng và độ xa của điểm A không thay đổi. (Hình 2a)

Việc thay mặt phẳng hình chiếu bằng (P_2) thực hiện trên hình biểu diễn như sau (Hình 2b):

- Thay trục x bằng x' (là giao tuyến của (P_1) và (P_2')).

- Thay hình chiếu bằng A_2 của A bằng A'_2 sao cho $A_1A'_2 \perp x'$ và $A_2A_x = A'_2A_{x'}$.



(a) Hình 2 (b)

Như vậy tùy thuộc đặc thù mỗi bài toán mà người học có thể lựa chọn việc thay mặt phẳng hình chiếu đứng, hoặc thay mặt phẳng hình chiếu bằng. Đôi khi với một số bài toán phức tạp, ta còn có thể thay liên tiếp các mặt phẳng hình chiếu để đạt được mục tiêu của bài toán.

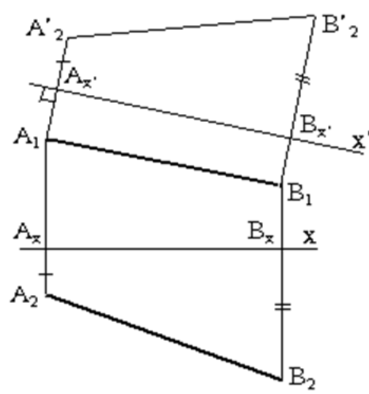
2.2. Một số bài toán về lượng cơ bản

Trong báo cáo này, chúng tôi chia các bài toán lượng cơ bản bao gồm các bài toán sau

1. Xác định độ lớn thật của đoạn thẳng
2. Xác định khoảng cách giữa điểm và đường thẳng, điểm và mặt phẳng
3. Xác định góc giữa các đối tượng hình học

Sau đây là một số ví dụ điển hình

Ví dụ 1 (Hình 3): Cho đoạn AB (A_1B_1, A_2B_2). Thay mặt phẳng hình chiếu bằng sao cho trong hệ thống mặt phẳng hình chiếu mới, AB là đường bằng



Hình 3

Giải: Điều kiện cần và đủ để AB là đường bằng là A_1B_1 phải song song với trục hình chiếu, do đó chọn x' // A_1B_1. Hình chiếu bằng mới của đoạn thẳng là $A'_2B'_2$ ($A'_2A_{x'}$ = A_2A_x, $B'_2B_{x'}$). Vì trong hệ thống hình chiếu mới, AB là đường bằng nên góc của $A'_2B'_2$ với trục x' là góc nghiêng của AB đối với mặt phẳng hình chiếu đứng (P_1), đồng thời $A'_2B'_2$ cũng cho ta độ lớn thật của AB.

Ví dụ 2 (Hình 4): Cho mặt phẳng (ABC). Thay mặt phẳng hình chiếu bằng sao cho trong hệ thống mặt phẳng hình chiếu mới, (ABC) là mặt phẳng chiếu bằng.

Giải: Mặt phẳng (P'_2) phải chọn vừa vuông góc với mặt phẳng (ABC), vừa vuông góc với (P_1), nên nó vuông góc với một đường mặt của mặt phẳng (ABC). Do đó trục hình chiếu mới x' phải vuông góc với hình chiếu đứng của đương mặt của mặt phẳng (ABC)

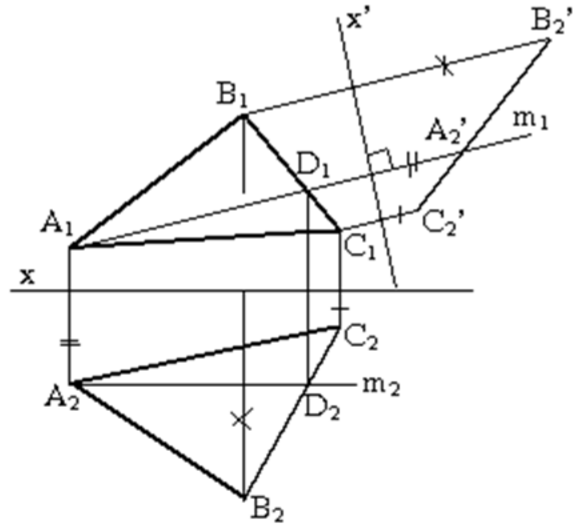
Từ đó có cách vẽ:

- Vẽ đường mặt m bất kì của (ABC)

- Vẽ trục x' vuông góc với m_1

- Hình chiếu bằng mới của (ABC) là A'_2; B'_2; C'_2. Ba điểm này thẳng hàng vì trong hệ thống mặt phẳng hình chiếu mới, (ABC) là mặt phẳng chiếu bằng.

Góc của đường thẳng $A'_2B'_2C'_2$ với x' chính là góc nghiêng của (ABC) đối với (P_1)



Hình 4

Ví dụ 3. (Xác định góc giữa hai mặt phẳng) Cho mặt phẳng (P) = ($V_1P \cap V_2P$) và mặt phẳng (Q) = ($V_1Q \cap V_2Q$). Xác định góc giữa (P) và (Q)?

* Với bài toán này, sinh viên đã biết hai cách xác định góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) trong chương trình Hình học ở trường Trung học phổ thông. Bởi vậy giảng viên chỉ cần sinh viên nhắc lại hai cách này và dựa vào đó để đề xuất hai thuật toán để giải bài toán. Ngoài ra, với một số trường hợp đặc biệt, ta còn có những cách giải khác, nên giảng viên có thể gợi ý cho sinh viên xét trường hợp đặc biệt: khi giao tuyến g của (P) và (Q) là đường thẳng chiếu (khi đó góc giữa hai hình chiếu (đã suy biến thành đường thẳng) của (P) và (Q) trên mặt phẳng hình chiếu này chính là góc α cần tìm) và có thể sử dụng phép thay mặt phẳng hình chiếu để đưa bài toán đã cho về trường hợp đặc biệt này, có thêm một cách giải khác.

*Cách 1.*Thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định giao tuyến g = (P) $\cap$ (Q);

Bước 2: Xác định mặt phẳng (R) $\perp$ g;

Bước 3: Xác định các giao tuyến: p = (R) $\cap$ (P) và giao tuyến q = (R) $\cap$ (Q);

Bước 4: Xác định góc α giữa p và q (α cũng chính là góc giữa hai mặt phẳng (P) và

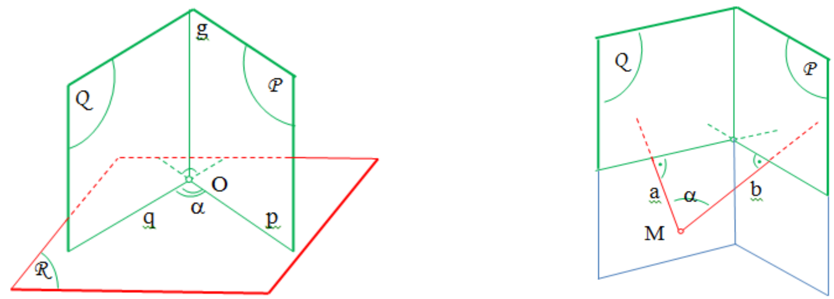
(Q)). (Hình 5a)

Cách 2. Thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định pháp tuyến a của mặt phẳng (P);

Bước 2: Xác định pháp tuyến a của mặt phẳng (Q);

Bước 3: Xác định góc α giữa a và b (α cũng chính là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)). (Hình 5b)



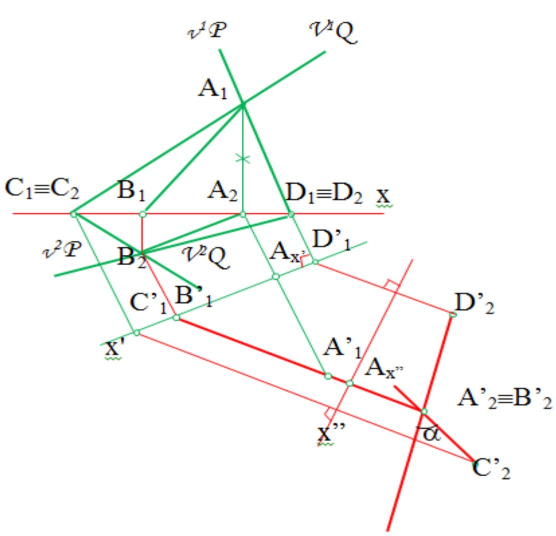
a Hình 5 b

* Trong Hình học Họa hình ta cũng có hai cách tương ứng. Thuật toán xác định góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) đã cho như sau:

✓ Nếu giao tuyến g = (P) ∩ (Q) là đường thẳng chiếu ((R) trùng với một mặt phẳng hình chiếu nào đó) thì góc giữa hai hình chiếu (đã suy biến thành đường thẳng) của (P) và (Q) trên mặt phẳng hình chiếu này chính là góc α cần tìm.

✓ Nếu qua điểm M (bất kỳ) ta vẽ các đường thẳng e ⊥ (P) và f ⊥ (Q) thì góc (e, f) = góc (P, Q)

Từ đó thuật toán giải bài toán như sau (Đồ thức minh họa trên hình 6):



Hình 6

- *Bước 1:* Vẽ giao tuyến AB = (P) $\cap$ (Q) (A = $V_1P \cap V_1Q$; B = $V_2P \cap V_2Q$).
- *Bước 2:* Thay mặt phẳng hình chiếu đứng (P_1) để AB trở thành đường chiếu đứng mới của (Q) ta lấy điểm C $\in$ (Q) và xác định Q bằng ba điểm (A, B, C). Cũng vậy, (P) xác định bằng ba điểm (A, B, D) với D = x $\cap$ (P).
- *Bước 3:* Thay mặt phẳng hình chiếu bằng (P_2) để đường mặt AB trở thành đường chiếu bằng: lấy x" $\perp$ $A'_1B'_1$. Hình chiếu bằng mới của Q suy biến thành đường thẳng $A'_2C'_2$; của (P) suy biến thành đường thẳng $A'_2D'_2$ và góc ($A'_2C'_2$, $A'_2D'_2$) = α = góc (P, Q).

3. Kết luận

Qua việc phân tích, khai thác việc sử dụng phép thay mặt phẳng hình chiếu để đưa một bài toán trong trường hợp tổng quát về trường hợp đặc, ta nhận được lời giải hay với kết quả đẹp đẽ, gần gũi với người học trong cách tư duy cũng như góc nhìn cho các bài toán, qua đó giúp người học có cơ hội thuận lợi tìm hiểu và phát triển tư duy thuật toán đối với các dạng bài toán liên quan.