

Trường Đại học Mở - Địa chất
Bộ môn Sức bền vật liệu - Khoa Mở

-----***-----

BÁO CÁO HỌC THUẬT

**XÁC ĐỊNH NỘI LỰC CỦA DÀM LIÊN TỤC
BẰNG PHƯƠNG PHÁP TIÊU ĐIỂM MOMEN**

Người thực hiện: Ths. Đỗ Ngọc Tú

NĂM - 2021

MỤC LỤC

MỤC LỤC	2
TỪ NGỮ VIẾT TẮT VÀ KÝ HIỆU	3
I. ĐẶT VẤN ĐỀ.....	4
II. PHƯƠNG PHÁP TIÊU CỤ MÔMEN.....	4
III. VÍ DỤ ÁP DỤNG.....	7
IV. KẾT LUẬN.....	11
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	12

TỪ NGỮ VIẾT TẮT VÀ KÝ HIỆU

F_i	Tiêu cự trái
F'_i	Tiêu cự phải
k_i	Tỷ số tiêu cự trái
k'_i	Tỷ số tiêu cự phải
M	Mômen
Q	Lực cắt
λ	Tỷ số độ cứng
I	Mô men xoắn
ω	Diện tích biểu đồ mô men
l	Chiều dài nhịp

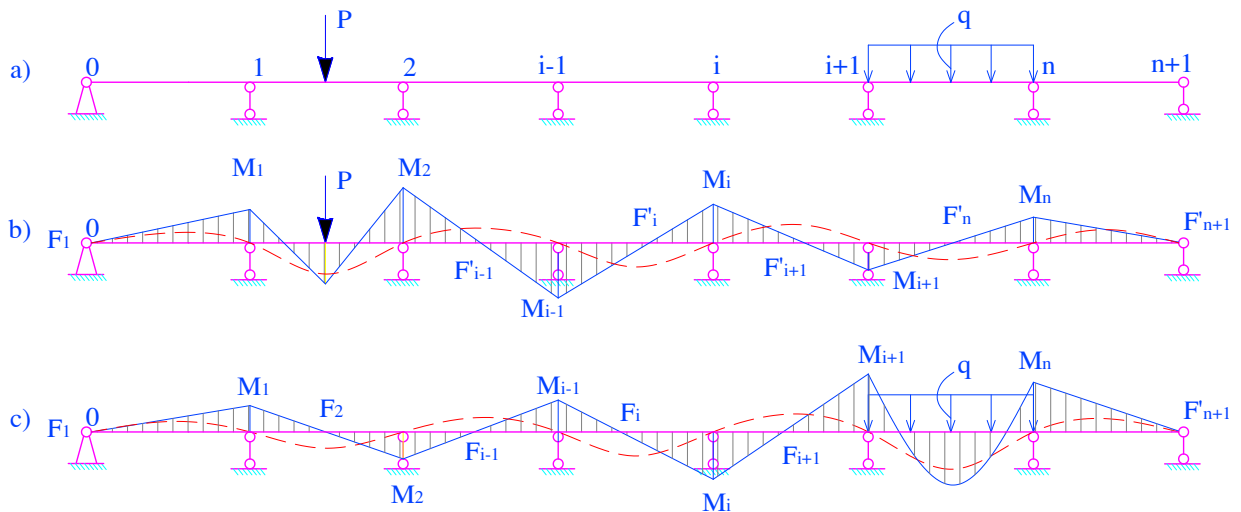
I. ĐẶT VẤN ĐỀ.

Khi xác định nội lực của dầm liên tục chúng ta thường dùng phương pháp phương trình ba mômen, nhưng đối với những bài toán có nhiều nhịp khi giải bằng phương pháp này thì khối lượng tính toán thường lớn (*phải lập nhiều phương trình ba mômen*). Phương pháp tiêu điểm mômen là phương pháp vận dụng khéo léo phương trình ba mômen để tính dầm liên tục nhiều nhịp chịu tải trọng chỉ tác dụng lên một nhịp mà không cần giải hệ phương trình chính tắc.

II. PHƯƠNG PHÁP TIÊU CỤ MÔMEN.

Xét dầm liên tục như trên hình 1a, ta phân tích dầm theo nguyên lý cộng tác dụng thành hai dầm như trên hình 1b và 1c.

Ta có thể vẽ được dạng của biểu đồ nội lực do từng tải trọng gây ra dựa vào cách vẽ trong dầm liên tục khi tải trọng chỉ đặt ở một nhịp dầm như hình 1b (nhịp thứ 2) và 1c (nhịp thứ n).



Hình 1: Sơ đồ dầm liên tục

Từ hình hình 1b và 1c ta có nhận xét như sau:

+ Đường đàn hồi (đường đứt nét) lượn theo hình sóng trên những nhịp kế tiếp nhau khi tải trọng chỉ tác dụng lên một nhịp dầm.

+ Trong những nhịp không chịu tác dụng của tải trọng thì mômen uốn tại hai gối tựa liên tiếp luôn trái dấu nhau, mômen uốn tại gối tựa gần nhịp chịu tải trọng hơn sẽ có giá trị tuyệt đối lớn hơn. Trên những nhịp này biểu đồ mômen uốn là đoạn thẳng cắt đường chuẩn tại một điểm (mômen bằng không) gọi là tiêu điểm mômen.

- Những tiêu điểm nằm phía bên trái nhịp chịu tải trọng gọi là tiêu điểm trái. Ký hiệu là F_i .

- Những tiêu điểm nằm phía bên phải nhịp chịu tải trọng gọi là tiêu điểm phải. Ký hiệu là F'_i .

+ Tỷ số tiêu cự mômen là tỷ số dương lớn hơn đơn vị giữa hai mômen uốn ở hai gối tựa trong nhịp không chịu tải trọng.

- Đối với nhịp nằm bên trái của nhịp chịu tải trọng: gọi là tỷ số tiêu cự trái xác định theo công thức

$$k_i = -\frac{M_i}{M_{i-1}} \quad (1)$$

- Đối với nhịp nằm bên phải của nhịp chịu tải trọng: gọi là tỷ số tiêu cự phải xác định theo công thức

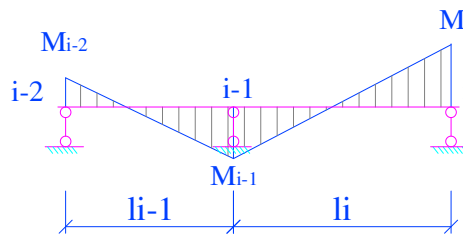
$$k'_i = -\frac{M_{i-1}}{M_i} \quad (2)$$

+ Ta nhận thấy sẽ vẽ được biểu đồ mômen nếu biết được hai yếu tố sau:

- Mômen uốn tại gối tựa ở hai bên nhịp có tải trọng.
- Vị trí các tiêu điểm mômen trên từng nhịp (tỷ số tiêu cự mômen).

1. Xác định các tỷ số tiêu cự .

a) Xác định tỷ số tiêu cự trái: (k_i)



Hình 2: Sơ đồ tính tỷ số tiêu cự

Xét hai nhịp không chịu tải trọng như hình 2.

Viết phương trình ba mômen cho gối tựa $i-1$ của dầm:

$$\lambda_{i-1}M_{i-2} + 2(\lambda_{i-1} + \lambda_i)M_{i-1} + \lambda_iM_i = 0 \quad (3)$$

(trong phương trình này không có số hạng tự do vì các nhịp này không chịu tác dụng của tải trọng).

Chi cả hai vế phương trình (3) cho M_{i-1} ta có:

$$\lambda_{i-1} \frac{M_{i-2}}{M_{i-1}} + 2(\lambda_{i-1} + \lambda_i) + \lambda_i \frac{M_i}{M_{i-1}} = 0 \quad (4)$$

Từ công thức (1) và (2) ta có:

$$k_{i-1} = -\frac{M_{i-1}}{M_{i-2}} ; k_i = -\frac{M_i}{M_{i-1}}$$

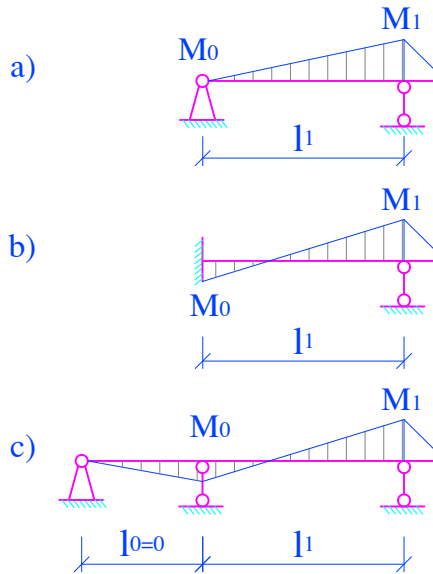
Ta có thể viết phương trình (4) thành:

$$-\lambda_{i-1} \frac{1}{k_{i-1}} + 2(\lambda_{i-1} + \lambda_i) - \lambda_i k_i = 0 \quad (5)$$

Suy ra:

$$k_i = 2 + \frac{\lambda_{i-1}}{\lambda_i} \left[2 - \frac{1}{k_{i-1}} \right] \quad (6)$$

Áp dụng công thức (6) ta có thể tìm được tiêu cự trái (k_i) của nhịp đầu tiên như sau:



Hình 3: Sơ đồ tính tỷ số tiêu cự trái

- Xét trường hợp 1 nếu gối tựa nhịp đầu tiên là khớp như trên hình 3a:

$$k_1 = -\frac{M_1}{M_0} = -\frac{M_1}{0} = \infty$$

- Xét trường hợp 2 nếu gối tựa nhịp đầu tiên là ngàm như trên hình 3b sẽ biến đổi sơ đồ như trên hình 3c có gối tựa đầu tiên là khớp, ta có $k_0 = \infty$:

$$k_1 = 2 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \left[2 - \frac{1}{k_0} \right] = 2 + \frac{0}{\lambda_1} \left[2 - \frac{1}{k_0} \right] = 2$$

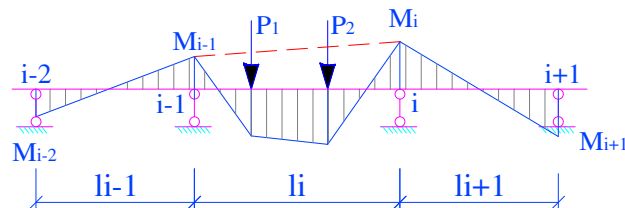
b) Xác định tỷ số tiêu cự phải: (k'_i)

Tương tự, ta thiết lập được:

$$k'_i = 2 + \frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_i} \left[2 - \frac{1}{k'_{i+1}} \right] \quad (7)$$

- Nếu gối tựa cuối cùng là khớp: $k'_{n+1} = \infty$
- Nếu gối tựa cuối cùng là ngàm: $k'_{n+1} = 2$

2. Xác định các mô men gối tựa ở hai đầu nhịp có tải trọng.



Hình 4: Sơ đồ xác định mômen gối tựa ở hai đầu nhịp có tải trọng

Xét dầm có nhịp i có tải trọng tác dụng như hình 4. Để xác định các mô men gối tựa M_{i-1} và M_i ta viết phương trình ba mômen cho các gối tựa thứ $i-1$ và i :

$$\lambda_{i-1}M_{i-2} + 2(\lambda_{i-1} + \lambda_i)M_{i-1} + \lambda_i M_i + \frac{6\omega_i b_i I_0}{l_i I_i} = 0 \quad (8)$$

$$\lambda_i M_{i-1} + 2(\lambda_i + \lambda_{i+1})M_i + \lambda_{i+1} M_{i+1} + \frac{6\omega_i a_i I_0}{l_i I_i} = 0 \quad (9)$$

Áp dụng công thức (1) và (2) ta có:

$$k_{i-1} = -\frac{M_{i-1}}{M_{i-2}} \quad ; \quad k'_{i+1} = -\frac{M_i}{M_{i+1}}$$

Thay vào công thức (8) và (9) ta thu được:

$$M_{i-1} \left[2 + \frac{\lambda_{i-1}}{\lambda_i} \left(2 - \frac{1}{k_{i-1}} \right) \right] + M_i + \frac{6\omega_i b_i I_0}{l_i I_i} = 0 \quad (10)$$

$$M_{i-1} + M_i \left[2 + \frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_i} \left(2 - \frac{1}{k'_{i+1}} \right) \right] + \frac{6\omega_i a_i I_0}{l_i I_i} = 0 \quad (11)$$

Áp dụng công thức (6) và (7) và thay thế $\lambda_i = l_i \frac{I_0}{I_i}$ thì công thức (10) và (11) trở thành:

$$M_{i-1} k_i + M_i + \frac{6\omega_i b_i}{l_i^2 I_i} = 0 \quad (12)$$

$$M_{i-1} + M_i k'_i + \frac{6\omega_i a_i}{l_i^2 I_i} = 0 \quad (13)$$

Giải hệ phương trình trên ta thu được:

$$M_{i-1} = -\frac{6\omega_i}{l_i^2} \frac{(b_i k'_i - a_i)}{(k_i k'_i - 1)} \quad (14)$$

$$M_i = -\frac{6\omega_i}{l_i^2} \frac{(a_i k_i - b_i)}{(k_i k'_i - 1)} \quad (15)$$

- Nếu tải trọng tác dụng lên nhịp đầu tiên và gối tựa đầu tiên là khớp ($k_1 = \infty$):

$$M_0 = 0; \quad M_1 = -\frac{6\omega_1}{l_1^2} \frac{(a_1 k_1 - b_1)}{(k_1 k'_1 - 1)} = -\frac{6\omega_1}{l_1^2} \frac{(a_1 \infty - b_1)}{(\infty k'_1 - 1)} = -\frac{6\omega_1}{l_1^2} \frac{(a_1)}{(k'_1)} \quad (16)$$

- Nếu tải trọng tác dụng lên nhịp cuối cùng và gối tựa cuối cùng là khớp ($k'_{n+1} = \infty$):

$$M_{n+1} = 0; \quad M_n = -\frac{6\omega_{n+1}}{l_{n+1}^2} \frac{(b_{n+1} k'_{n+1} - a_{n+1})}{(k_{n+1} k'_{n+1} - 1)} = -\frac{6\omega_{n+1}}{l_{n+1}^2} \frac{(b_{n+1})}{(k_{n+1})} \quad (17)$$

III. VÍ DỤ ÁP DỤNG.

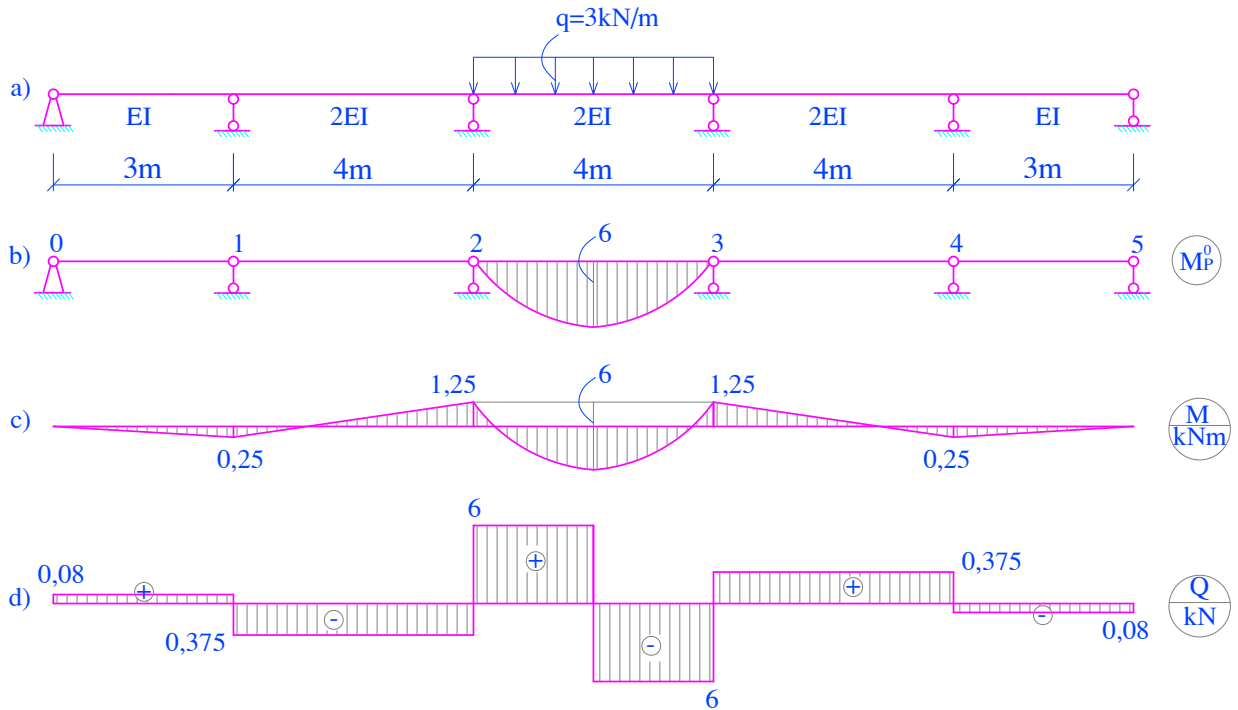
1. Ví dụ 1.

a) Xác định các thông số:

Chọn $I_0 = I$, tính $\lambda_i = l_i \frac{I_0}{I}$

$$\rightarrow \lambda_1 = 3 \frac{I}{l} = 3m; \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 4 \frac{I}{2l} = 2m; \lambda_5 = 3 \frac{I}{l} = 3m$$

$$\text{Diện tích: } \omega_1 = \omega_2 = \omega_4 = \omega_5 = 0; \omega_3 = \frac{2}{3}hl = 8$$



Hình 5: Ví dụ 1

b) Xác định các tiêu cự mômen:

- Tiêu cự trái:

+ Gối đầu tiên là khớp $\rightarrow k_1 = \infty$

Áp dụng công thức (6):

$$k_i = 2 + \frac{\lambda_{i-1}}{\lambda_i} \left[2 - \frac{1}{k_{i-1}} \right]$$

$$k_2 = 2 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left[2 - \frac{1}{k_1} \right] = 2 + \frac{3}{2} \left[2 - \frac{1}{\infty} \right] = 5$$

$$k_3 = 2 + \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \left[2 - \frac{1}{k_2} \right] = 2 + \frac{2}{2} \left[2 - \frac{1}{5} \right] = 3,8$$

$$k_4 = 2 + \frac{\lambda_3}{\lambda_4} \left[2 - \frac{1}{k_3} \right] = 2 + \frac{2}{2} \left[2 - \frac{1}{3,8} \right] = 3,73$$

$$k_5 = 2 + \frac{\lambda_4}{\lambda_5} \left[2 - \frac{1}{k_4} \right] = 2 + \frac{3}{2} \left[2 - \frac{1}{3,73} \right] = 4,6$$

- Tiêu cự phải:

+ Gối cuối cùng là khớp $\rightarrow k'_5 = \infty$

Áp dụng công thức (7):

$$k'_i = 2 + \frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_i} \left[2 - \frac{1}{k'_{i+1}} \right]$$

$$k'_4 = 2 + \frac{\lambda_5}{\lambda_4} \left[2 - \frac{1}{k'_5} \right] = 2 + \frac{3}{2} \left[2 - \frac{1}{\infty} \right] = 5$$

$$k'_3 = 2 + \frac{\lambda_4}{\lambda_3} \left[2 - \frac{1}{k'_4} \right] = 2 + \frac{2}{2} \left[2 - \frac{1}{5} \right] = 3,8$$

$$k'_2 = 2 + \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \left[2 - \frac{1}{k'_3} \right] = 2 + \frac{2}{2} \left[2 - \frac{1}{3,8} \right] = 3,73$$

$$k'_1 = 2 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left[2 - \frac{1}{k'_2} \right] = 2 + \frac{2}{3} \left[2 - \frac{1}{3,73} \right] = 3,15$$

- Xác định các mô men gối tựa của nhịp có tải trọng tác dụng:

Áp dụng công thức (14).

$$M_2 = -\frac{6\omega_3}{l_3^2} \frac{(b_3 k'_3 - a_3)}{(k_3 k'_3 - 1)} = -\frac{6 * 8}{4^2} \frac{(2 * 3,8 - 2)}{(3,8 * 3,8 - 1)} = -1,25 \text{ kNm}$$

Áp dụng công thức (15).

$$M_3 = -\frac{6\omega_3}{l_3^2} \frac{(a_3 k_3 - b_3)}{(k_3 k'_3 - 1)} = -\frac{6 * 8}{4^2} \frac{(2 * 3,8 - 2)}{(3,8 * 3,8 - 1)} = -1,25 \text{ kNm}$$

- Xác định các mô men gối tựa của nhịp không có tải trọng tác dụng:

Áp dụng công thức (1).

$$M_1 = -\frac{M_2}{k_2} = -\frac{-1,25}{5} = 0,25 \text{ kNm}$$

Áp dụng công thức (2).

$$M_4 = -\frac{M_3}{k'_4} = -\frac{-1,25}{5} = 0,25 \text{ kNm}$$

Biểu đồ mômen được vẽ như trên hình 5.

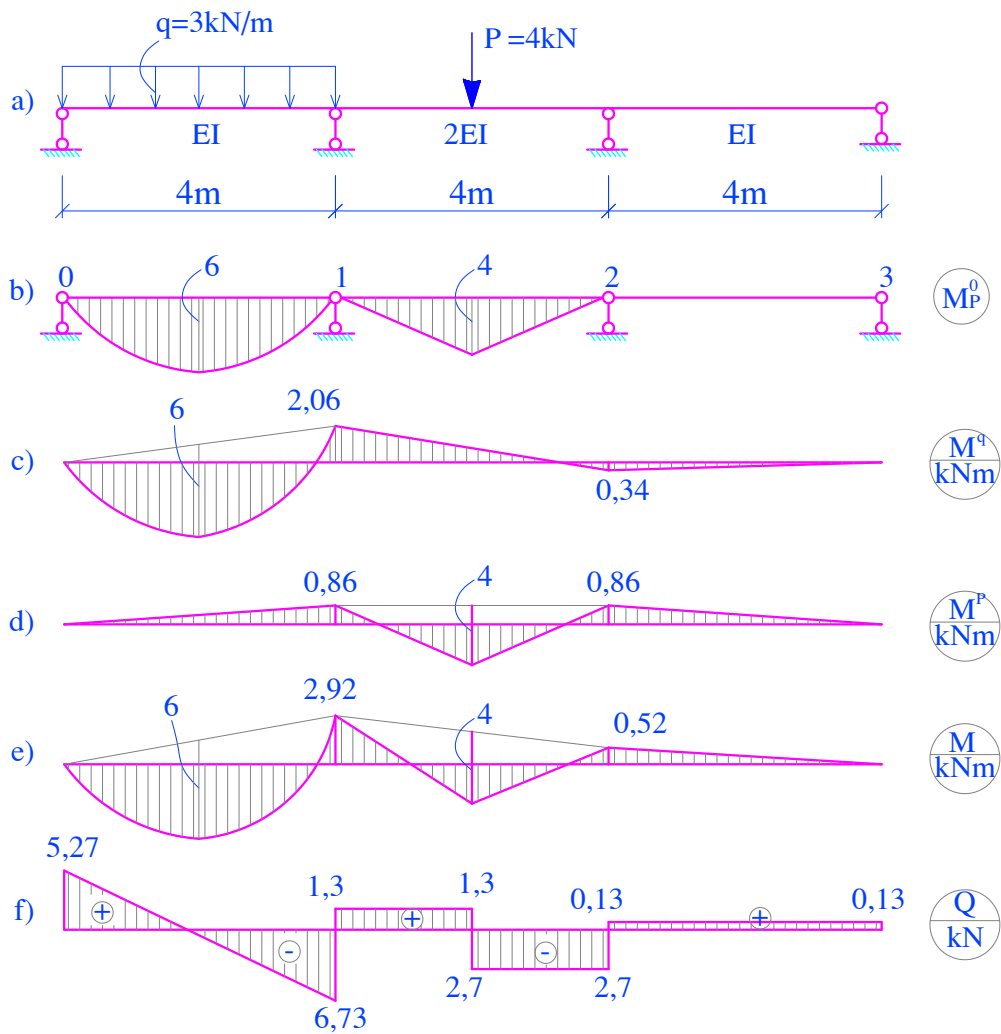
2. Ví dụ 2.

a) Xác định các thông số:

Chọn $I_0 = I$, tính $\lambda_i = l_i \frac{I_0}{I}$

$$\rightarrow \lambda_1 = 4 \frac{I}{I} = 4m; \lambda_2 = 4 \frac{I}{2I} = 2m; \lambda_3 = 4 \frac{I}{I} = 4m$$

Diện tích: $\omega_1 = \frac{2}{3} hl = 8; \omega_2 = 8; \omega_3 = 0$



Hình 6: Ví dụ 2

b) Xác định các tiêu cự mômen:

- Tiêu cự trái:

+ Gối đầu tiên là khớp $\rightarrow k_1 = \infty$

Áp dụng công thức (6):

$$k_i = 2 + \frac{\lambda_{i-1}}{\lambda_i} \left[2 - \frac{1}{k_{i-1}} \right]$$

$$k_2 = 2 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left[2 - \frac{1}{k_1} \right] = 2 + \frac{4}{2} \left[2 - \frac{1}{\infty} \right] = 6$$

$$k_3 = 2 + \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \left[2 - \frac{1}{k_2} \right] = 2 + \frac{2}{4} \left[2 - \frac{1}{6} \right] = 2,916$$

- Tiêu cự phải:

+ Gối cuối cùng là khớp $\rightarrow k'_3 = \infty$

Áp dụng công thức (7):

$$k'_i = 2 + \frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_i} \left[2 - \frac{1}{k'_{i+1}} \right]$$

$$k'_2 = 2 + \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \left[2 - \frac{1}{k'_3} \right] = 2 + \frac{4}{2} \left[2 - \frac{1}{\infty} \right] = 6$$

$$k'_1 = 2 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left[2 - \frac{1}{k'_2} \right] = 2 + \frac{2}{4} \left[2 - \frac{1}{6} \right] = 2,916$$

Trường hợp 1: Xét với tải trọng phân bố đều.

- Tải trọng tác dụng lên nhịp đầu tiên và gối tựa đầu tiên là khớp ($k_1 = \infty$):

Áp dụng công thức (16):

$$M_1 = -\frac{6\omega_1}{l_1^2} \frac{(a_1)}{(k'_1)} = -\frac{6 * 8}{4^2} \frac{2}{2,916} = -2,06 \text{ kNm}$$

Áp dụng công thức (2).

$$M_2 = -\frac{M_1}{k'_2} = -\frac{-2,06}{6} = 0,34 \text{ kNm}$$

Biểu đồ mômen được vẽ trên hình 6c.

Trường hợp 2: Xét với tải trọng tập trung.

- Xác định các mô men gối tựa của nhịp có tải trọng tác dụng:

Áp dụng công thức (14).

$$M_1 = -\frac{6\omega_2}{l_2^2} \frac{(b_2 k'_2 - a_2)}{(k_2 k'_2 - 1)} = -\frac{6 * 8}{4^2} \frac{(2 * 6 - 2)}{(6 * 6 - 1)} = -0,86 \text{ kNm}$$

Áp dụng công thức (15).

$$M_2 = -\frac{6\omega_2}{l_2^2} \frac{(a_2 k_2 - b_2)}{(k_2 k'_2 - 1)} = -\frac{6 * 8}{4^2} \frac{(2 * 6 - 2)}{(6 * 6 - 1)} = -0,86 \text{ kNm}$$

Biểu đồ mômen được vẽ trên hình 6d.

Biểu đồ mômen của bài toán được vẽ là biểu đồ cộng tác dụng của hai biểu đồ 6c và 6d thu được như trên hình 6e.

IV. KẾT LUẬN.

- Dầm có nhiều nhịp trên đó chỉ có một ngoại lực tác dụng thì áp dụng phương pháp tiêu cự mô men để giải thì khối lượng tính toán ít và đơn giản.

- Dầm có nhiều nhịp trên đó có nhiều ngoại lực tác dụng khi áp dụng phương pháp tiêu cự mô men để giải thì khối lượng tính toán phải lặp đi lặp lại nhiều lần của từng tải trọng tác dụng nên khối lượng tính toán cũng tương đối lớn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lều Thọ Trình (2006), *Cơ học kết cấu T1, 2*, Nhà xuất bản Khoa học kỹ thuật, Hà Nội.
2. Nguyễn Hữu Bảng (2004), *Cơ học kết cấu*, Nhà xuất bản Khoa học kỹ thuật, Hà Nội.
3. Lều Thọ Trình, Nguyễn Mạnh Yên (2002), *Bài tập cơ học kết cấu T1,2,3*, Nhà xuất bản khoa học kỹ thuật, Hà Nội.
4. Nguyễn Văn Phụng (2010), *Cơ học kết cấu T1, 2*, Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội.
5. Alan Williams (2009), *Structural analysis in theory an practise*, Butterworth-Heinemann.