BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT

BÁO CÁO HỌC THUẬT

ỨNG DỤNG LÝ THUYẾT NHÓM TRONG BIỂU DIỄN CHUYỂN ĐỘNG KHỚP TAY ROBOT

Cán bộ thực hiện: Th.S. Phạm Đình Tân

Đơn vị: Bộ môn Mạng máy tính

Khoa Công nghệ thông tin

Hà Nội - 12/2019

MỤC LỤC

CHỦ ĐỀ 1: LÝ THUYẾT NHÓM

1.1 Lý thuyết nhóm

Lý thuyết nhóm có ba nguồn lịch sử chính: lý thuyết số, lý thuyết về phương trình đại số và hình học. Chuỗi lý thuyết số được bắt đầu bởi Leonhard Euler, và được phát triển bởi công trình của Gauss trên các nhóm số học và cộng gộp và nhân số liên quan đến các trường bậc hai. Kết quả ban đầu về các nhóm hoán vị đã được Lagrange, Ruffini và Abel thu được trong quá trình tìm kiếm các giải pháp tổng quát về phương trình đa thức bậc cao. Évariste Galois đặt ra thuật ngữ "nhóm" và thiết lập một kết nối, hiện được gọi là lý thuyết Galois, giữa lý thuyết non trẻ của các nhóm và lý thuyết trường. Trong hình học, các nhóm đầu tiên trở nên quan trọng trong hình học chiếu và sau đó, hình học phi Euclide. Chương trình Erlangen của Felix Klein tuyên bố lý thuyết nhóm là nguyên tắc tổ chức của hình học.

Galois, vào những năm 1830, là người đầu tiên sử dụng các nhóm để xác định khả năng thanh toán của các phương trình đa thức. Arthur Cayley và Augustin Louis Cauchy đã thúc đẩy các cuộc điều tra này hơn nữa bằng cách tạo ra lý thuyết về các nhóm hoán vị. Nguồn lịch sử thứ hai cho các nhóm bắt nguồn từ các tình huống hình học. Trong một nỗ lực để nắm bắt các hình học có thể (như hình học euclide, hyperbolic hoặc hình chiếu) bằng lý thuyết nhóm, Felix Klein đã khởi xướng chương trình Erlangen. Sophus Lie, vào năm 1884, bắt đầu sử dụng các nhóm (bây giờ được gọi là nhóm Lie) gắn liền với các vấn đề phân tích. Thứ ba, các nhóm, lúc đầu mặc nhiên và sau đó rõ ràng, được sử dụng trong lý thuyết số đại số.

Phạm vi khác nhau của các nguồn ban đầu này dẫn đến các khái niệm khác nhau về các nhóm. Lý thuyết về các nhóm đã được thống nhất bắt đầu từ khoảng năm 1880. Kể từ đó, tác động của lý thuyết nhóm ngày càng phát triển, tạo ra sự ra đời của đại số trừu tượng vào đầu thế kỷ 20, lý thuyết đại diện và nhiều lĩnh vực spin-off có ảnh hưởng hơn. Việc phân loại các nhóm đơn giản hữu hạn là một khối lượng công việc khổng lồ từ giữa thế kỷ 20, phân loại tất cả các nhóm đơn giản hữu hạn.

Trong toán học và đại số trừu tượng, lý thuyết nhóm nghiên cứu các cấu trúc đại số được gọi là các nhóm. Khái niệm về một nhóm là trung tâm của đại số trừu tượng: các cấu trúc đại số nổi tiếng khác, chẳng hạn như vòng, trường và không gian vectơ, tất cả có thể được xem như là các nhóm có các phép toán và tiên đề bổ sung. Các nhóm tái diễn trong suốt toán học, và các phương pháp của lý thuyết nhóm đã ảnh hưởng đến nhiều phần của đại số. Các nhóm đại số tuyến tính và nhóm Lie là hai nhánh của lý thuyết nhóm đã có kinh nghiệm tiến bộ và đã trở thành lĩnh vực chủ đề theo cách riêng của họ.

Các hệ thống vật lý khác nhau, như tinh thể và nguyên tử hydro, có thể được mô hình hóa bởi các nhóm đối xứng. Do đó lý thuyết nhóm và lý thuyết biểu diễn liên quan chặt chẽ có nhiều ứng dụng quan trọng trong vật lý, hóa học và khoa học vật liệu. Lý thuyết nhóm cũng là trung tâm của mật mã khóa công khai.

Một trong những thành tựu toán học quan trọng nhất của thế kỷ 20 là nỗ lực hợp tác, chiếm hơn 10.000 trang tạp chí và hầu hết được xuất bản từ năm 1960 đến 1980, lên đến đỉnh điểm trong một phân loại hoàn chỉnh các nhóm đơn giản hữu hạn.

1.2 Ứng dụng của lý thuyết nhóm

Lý thuyết Galois sử dụng các nhóm để mô tả các đối xứng của rễ của một đa thức (hay chính xác hơn là sự tự động hóa của các đại số được tạo ra bởi các rễ này). Định lý cơ bản của lý thuyết Galois cung cấp một liên kết giữa các phần mở rộng trường đại số và lý thuyết nhóm. Nó đưa ra một tiêu chí hiệu quả cho khả năng thanh toán của các phương trình đa thức về khả năng thanh toán của nhóm Galois tương ứng. Ví dụ, S5, nhóm đối xứng trong 5 yếu tố, không thể giải được, ngụ ý rằng phương trình tinh túy chung không thể được giải quyết bằng các gốc theo cách phương trình bậc thấp hơn có thể. Lý thuyết, là một trong những nguồn gốc lịch sử của lý thuyết nhóm, vẫn được áp dụng một cách hiệu quả để mang lại kết quả mới trong nhiều lĩnh vực.

Cấu trúc liên kết đại số là một lĩnh vực khác liên kết nổi bật các nhóm với các đối tượng mà lý thuyết quan tâm. Ở đó, các nhóm được sử dụng để mô tả một số bất biến nhất định của không gian tôpô. Chúng được gọi là "bất biến" bởi vì chúng được định nghĩa theo cách mà chúng không thay đổi nếu không gian bị biến dạng. Ví dụ, nhóm cơ bản "đếm" có bao nhiêu đường dẫn trong không gian về cơ bản là khác nhau. Giả thuyết Poincaré, được chứng minh vào năm 2002/2003 bởi Grigori Perelman, là một ứng dụng nổi bật của ý tưởng này. Ảnh hưởng không phải là một chiều, mặc dù. Ví dụ, cấu trúc liên kết đại số sử dụng các không gian MacLane của Eilenberg, đó là các không gian với các nhóm đồng luân quy định. Tương tự lý thuyết K đại số dựa trên cách phân loại không gian của các nhóm. Cuối cùng, tên của nhóm phụ xoắn của một nhóm vô hạn cho thấy di sản của cấu trúc liên kết trong lý thuyết nhóm.

Hình học đại số cũng sử dụng lý thuyết nhóm theo nhiều cách. Giống Abelian đã được giới thiệu ở trên. Sự hiện diện của hoạt động nhóm mang lại thông tin bổ sung làm cho các giống này đặc biệt dễ tiếp cận. Họ cũng thường phục vụ như một bài kiểm tra cho những phỏng đoán mới. Trường hợp một chiều, cụ thể là các đường cong elip được nghiên cứu cụ thể. Họ là cả lý thuyết và thực tế hấp dẫn. Theo một hướng khác, các giống toric là các giống đại số được tác động bởi một hình xuyến. Các nhúng hình xuyến gần đây đã dẫn đến những tiến bộ trong hình học đại số, đặc biệt là độ phân giải của các điểm kỳ dị.

Sự hiện diện của tính tuần hoàn 12 trong vòng tròn thứ năm mang lại những ứng dụng của lý thuyết nhóm cơ bản trong lý thuyết tập nhạc. Lý thuyết biến đổi mô hình biến đổi âm nhạc như là các yếu tố của một nhóm toán học.

Trong vật lý, các nhóm rất quan trọng vì chúng mô tả các đối xứng mà các định luật vật lý dường như tuân theo. Theo định lý của Noether, mọi đối xứng liên tục của một hệ thống vật lý tương ứng với một định luật bảo tồn của hệ thống. Các nhà vật lý rất quan tâm đến các đại diện nhóm, đặc biệt là các nhóm Lie, vì các đại diện này thường chỉ đường cho các lý thuyết vật lý "có thể". Ví dụ về việc sử dụng các nhóm trong vật lý bao gồm Mô hình chuẩn, lý thuyết máy đo, nhóm Lorentz và nhóm Poincaré.

Trong hóa học và khoa học vật liệu, các nhóm được sử dụng để phân loại cấu trúc tinh thể, khối đa diện đều đặn và tính đối xứng của các phân tử. Các nhóm điểm được chỉ định sau đó có thể được sử dụng để xác định các tính chất vật lý (như độ phân cực hóa học và độ chirality), tính chất quang phổ (đặc biệt hữu ích cho quang phổ Raman, quang phổ hồng ngoại, quang phổ lưỡng sắc tròn, quang phổ lưỡng sắc tròn, quang phổ UV / Vis) và để xây dựng quỹ đạo phân tử.

Đối xứng phân tử chịu trách nhiệm cho nhiều tính chất vật lý và quang phổ của các hợp chất và cung cấp thông tin liên quan về cách xảy ra phản ứng hóa học. Để gán một nhóm điểm cho bất kỳ phân tử nào, cần phải tìm tập hợp các phép toán đối xứng có trên nó. Hoạt động đối xứng là một hành động, chẳng hạn như xoay quanh một trục hoặc phản xạ thông qua một mặt phẳng gương. Nói cách khác, đó là một hoạt động di chuyển phân tử sao cho không thể phân biệt được với cấu hình ban đầu. Trong lý thuyết nhóm, các trục quay và mặt phẳng gương được gọi là "các phần tử đối xứng". Các yếu tố này có thể là một điểm, đường thẳng hoặc mặt phẳng đối với hoạt động đối xứng được thực hiện. Các hoạt động đối xứng của một phân tử xác định nhóm điểm cụ thể cho phân tử này.

Trong hóa học, có năm thao tác đối xứng quan trọng. Hoạt động nhận dạng (E) bao gồm việc rời khỏi phân tử. Điều này tương đương với bất kỳ số vòng quay đầy đủ xung quanh bất kỳ trục nào. Đây là một đối xứng của tất cả các phân tử, trong khi nhóm đối xứng của một phân tử choper chỉ bao gồm các hoạt động nhận dạng. Xoay quanh một trục (Cn) bao gồm xoay phân tử quanh một trục cụ thể theo một góc cụ thể. Ví dụ, nếu một phân tử nước quay 180 ° quanh trục đi qua nguyên tử oxy và giữa các nguyên tử hydro, thì nó có cùng cấu hình khi nó bắt đầu. Trong trường hợp này, n = 2, vì áp dụng nó hai lần sẽ tạo ra hoạt động nhận dạng. Các hoạt động đối xứng khác là: phản xạ, đảo ngược và xoay không đúng (xoay theo phản xạ)

Lý thuyết nhóm có thể được sử dụng để giải quyết sự không hoàn chỉnh của các diễn giải thống kê về cơ học do Willard Gibbs phát triển, liên quan đến việc tổng hợp vô số xác suất để đưa ra một giải pháp có ý nghĩa.

Các nhóm rất lớn của trật tự nguyên tố được xây dựng theo mật mã đường cong elip phục vụ cho mật mã khóa công khai. Các phương pháp mã hóa loại này được hưởng lợi từ tính linh hoạt của các đối tượng hình học, do đó cấu trúc nhóm của chúng, cùng với cấu trúc phức tạp của các nhóm này, làm cho logarit rời rạc rất khó tính toán. Một trong những giao thức mã hóa sớm nhất, mật mã của Caesar, cũng có thể được hiểu là một hoạt động nhóm (rất dễ dàng). Các lược đồ mã hóa của chúng sử dụng các nhóm theo một cách nào đó. Cụ thể là trao đổi khóa Diffie mật Hellman sử dụng các nhóm tuần hoàn hữu hạn. Vì vậy, thuật ngữ mã hóa dựa trên nhóm chủ yếu đề cập đến các giao thức mật mã sử dụng các nhóm không liên kết vô hạn như một nhóm bện.

1.3 Nhóm Lie

Nhóm Lie là một nhóm cũng là một đa tạp khả vi, với đặc tính là các hoạt động của nhóm tương thích với cấu trúc trơn tru. Các nhóm nói dối được đặt theo tên của Sophus Lie, người đặt nền móng cho lý thuyết về các nhóm biến đổi liên tục. Thuật ngữ nhóm de Lie xuất hiện lần đầu tiên bằng tiếng Pháp vào năm 1893 trong luận án của Arthur Tresse, một học trò của Lie.

Các nhóm nói dối đại diện cho lý thuyết phát triển tốt nhất về sự đối xứng liên tục của các đối tượng và cấu trúc toán học, khiến chúng trở thành công cụ không thể thiếu cho nhiều phần của toán học đương đại, cũng như cho vật lý lý thuyết hiện đại. Chúng cung cấp một khung tự nhiên để phân tích các đối xứng liên tục của phương trình vi phân (lý thuyết Galois vi phân), theo cách tương tự như các nhóm hoán vị được sử dụng trong lý thuyết Galois để phân tích các đối xứng rời rạc của phương trình đại số. Việc mở rộng lý thuyết Galois cho trường hợp các nhóm đối xứng liên tục là một trong những động lực chính của Lie.

Trong toán học, một nhóm Lie (phát âm là / li: / "Lee") là một nhóm có các yếu tố được tổ chức liên tục và trơn tru, trái ngược với các nhóm riêng biệt, trong đó các yếu tố được tách ra, điều này làm cho các nhóm Lie trở nên khác biệt. Các nhóm nói dối được đặt theo tên nhà toán học người Na Uy Sophus Lie, người đã đặt nền móng cho lý thuyết về các nhóm biến đổi liên tục.

Nói một cách dễ hiểu, một nhóm Lie là một nhóm liên tục, nghĩa là một nhóm có các yếu tố được mô tả bởi một vài tham số thực. Như vậy, các nhóm Lie cung cấp một mô hình tự nhiên cho khái niệm đối xứng liên tục, chẳng hạn như đối xứng quay theo ba chiều. Các nhóm nói dối được sử dụng rộng rãi trong nhiều phần của toán học và vật lý hiện đại. Động lực ban đầu của LIE khi giới thiệu các nhóm Lie là mô hình hóa các đối xứng liên tục của phương trình vi phân, giống như cách các nhóm hữu hạn được sử dụng trong lý thuyết Galois để mô hình các đối xứng rời rạc của phương trình đại số.

Các nhóm nói dối là các đa tạp mịn khác nhau và như vậy có thể được nghiên cứu bằng cách sử dụng phép tính vi phân, ngược lại với trường hợp của các nhóm tôpô tổng quát hơn. Một trong những ý tưởng quan trọng trong lý thuyết về các nhóm Lie là thay thế đối tượng toàn cầu, nhóm, bằng phiên bản địa phương hoặc tuyến tính hóa, mà chính Lie gọi là "nhóm vô hạn" và từ đó được gọi là đại số Lie.

Các nhóm nói dối đóng một vai trò to lớn trong hình học hiện đại, trên nhiều cấp độ khác nhau. Felix Klein lập luận trong chương trình Erlangen của mình rằng người ta có thể xem xét nhiều "hình học" khác nhau bằng cách chỉ định một nhóm biến đổi phù hợp để lại các tính chất hình học nhất định bất biến. Do đó, hình học Euclide tương ứng với sự lựa chọn nhóm E (3) của các phép biến đổi bảo toàn khoảng cách của không gian Euclide R3, hình học phù hợp tương ứng với việc mở rộng nhóm thành nhóm tuân thủ, trong khi trong hình học chiếu, người ta quan tâm đến các tính chất bất biến dưới nhóm chiếu. Ý tưởng này sau đó đã dẫn đến khái niệm cấu trúc G, trong đó G là một nhóm Lie của các đối xứng "cục bộ" của một đa tạp.

Các nhóm Lie (và đại số Lie liên kết của chúng) đóng vai trò chính trong vật lý hiện đại, với nhóm Lie thường đóng vai trò đối xứng của một hệ vật lý. Ở đây, các đại diện của nhóm Lie (hoặc đại số Lie của nó) đặc biệt quan trọng. Lý thuyết biểu diễn được sử dụng rộng rãi trong vật lý hạt. Các nhóm có đại diện có tầm quan trọng đặc biệt bao gồm nhóm xoay vòng SO (3) (hoặc nhóm kép SU (2)), nhóm đơn vị đặc biệt SU (3) và nhóm Poincaré.

Ở cấp độ "toàn cầu", bất cứ khi nào một nhóm Lie tác động lên một vật thể hình học, chẳng hạn như Riemannian hoặc đa tạp đối xứng, hành động này cung cấp thước đo độ cứng và mang lại cấu trúc đại số phong phú. Sự hiện diện của các đối xứng liên tục được thể hiện thông qua một hành động nhóm Lie trên một đa tạp đặt các ràng buộc mạnh mẽ lên hình học của nó và tạo điều kiện cho việc phân tích trên đa tạp. Hành động tuyến tính của các nhóm Lie đặc biệt quan trọng, và được nghiên cứu trong lý thuyết đại diện.

Vào những năm 1940, những năm 1950, Ellis Kolchin, Armand Borel và Claude Chevalley nhận ra rằng nhiều kết quả nền tảng liên quan đến các nhóm Lie có thể được phát triển hoàn toàn theo đại số, đưa ra lý thuyết về các nhóm đại số được xác định trên một trường tùy ý. Cái nhìn sâu sắc này đã mở ra những khả năng mới trong đại số thuần túy, bằng cách cung cấp một cấu trúc thống nhất cho hầu hết các nhóm đơn giản hữu hạn, cũng như trong hình học đại số. Lý thuyết về các dạng tự động, một nhánh quan trọng của lý thuyết số hiện đại, liên quan nhiều đến các chất tương tự của các nhóm Lie trên các vòng adele; Các nhóm Lie p-adic đóng một vai trò quan trọng, thông qua các kết nối của họ với các biểu diễn Galois trong lý thuyết số.

1.4 Đại số Lie

Đối với mỗi nhóm Lie, chúng ta có thể liên kết một đại số Lie có không gian vectơ bên dưới là không gian tiếp tuyến của nhóm Lie ở phần tử nhận dạng và hoàn toàn nắm bắt cấu trúc cục bộ của nhóm. Một cách không chính thức, chúng ta có thể nghĩ các yếu tố của đại số Lie là các yếu tố của nhóm "gần như vô cùng" với danh tính, và khung Lie của đại số Lie có liên quan đến cổ góp của hai yếu tố vô hạn như vậy. Trước khi đưa ra định nghĩa trừu tượng, chúng tôi đưa ra một vài ví dụ:

Đại số Lie của không gian vectơ Rn chỉ là Rn với dấu ngoặc Lie được cho bởi

[A, B] = 0.

(Nói chung, khung Lie của nhóm Lie được kết nối luôn là 0 khi và chỉ khi nhóm Lie là abelian.)

Đại số Lie của nhóm tuyến tính tổng quát GL (n, C) của ma trận khả nghịch là không gian vectơ M (n, C) của ma trận vuông với khung Lie được cho bởi

[A, B] = AB - BA.

Nếu G là một nhóm con đóng của GL (n, C) thì đại số Lie của G có thể được coi là không chính thức như các ma trận m của M (n, R) sao cho 1 + εm nằm trong G, trong đó là cực dương. số có ε2 = 0 (tất nhiên, không tồn tại số thực như vậy). Ví dụ: nhóm trực giao O (n, R) bao gồm các ma trận A với AAT = 1, do đó đại số Lie bao gồm các ma trận m với (1 + m) (1 + m) T = 1, tương đương với m + mT = 0 vì ε2 = 0.

Định nghĩa cụ thể được đưa ra ở trên cho các nhóm ma trận rất dễ làm việc, nhưng có một số vấn đề nhỏ: để sử dụng nó trước tiên chúng ta cần biểu diễn một nhóm Lie như một nhóm ma trận, nhưng không phải tất cả các nhóm Lie đều có thể được biểu diễn theo cách này, và thậm chí không rõ ràng là đại số Lie độc lập với đại diện mà chúng ta sử dụng. [9] Để giải quyết những vấn đề này, chúng tôi đưa ra định nghĩa chung về đại số Lie của một nhóm Lie (trong 4 bước):

Các trường vectơ trên bất kỳ đa tạp M nào đều có thể được coi là đạo hàm X của vòng các hàm trơn trên đa tạp, và do đó tạo thành một đại số Lie dưới dấu ngoặc [X, Y] = XY - YX, vì khung Lie của bất kỳ hai đạo hàm là một đạo hàm.

Nếu G là bất kỳ nhóm nào hoạt động trơn tru trên đa tạp M, thì nó hoạt động trên các trường vectơ và không gian vectơ của các trường vectơ được cố định bởi nhóm được đóng dưới dấu ngoặc Lie và do đó cũng tạo thành đại số Lie.

Chúng tôi áp dụng cấu trúc này cho trường hợp khi đa tạp M là không gian bên dưới của nhóm Lie G, với G hoạt động trên G = M bằng các bản dịch trái Lg (h) = gh. Điều này cho thấy không gian của các trường vectơ bất biến trái (các trường vectơ thỏa mãn Lg * Xh = Xgh cho mỗi h trong G, trong đó Lg * biểu thị vi phân của Lg) trên một nhóm Lie là đại số Lie trong khung Lie của các trường vectơ.

Bất kỳ vectơ tiếp tuyến nào trong danh tính của nhóm Lie có thể được mở rộng sang trường vectơ bất biến trái bằng cách dịch trái vectơ tiếp tuyến sang các điểm khác của đa tạp. Cụ thể, phần mở rộng bất biến trái của một phần tử v của không gian tiếp tuyến tại danh tính là trường vectơ được xác định bởi v ^ g = Lg * v. Điều này xác định không gian tiếp tuyến TeG tại danh tính với không gian của các trường vectơ bất biến trái, và do đó làm cho không gian tiếp tuyến tại danh tính thành đại số Lie, được gọi là đại số Lie của G, thường được ký hiệu là Fraktur {\ displaystyle {\ mathfrak {g}}.} {\ mathfrak {g}}. Do đó, khung Lie trên {\ displaystyle {\ mathfrak {g}}} {\ mathfrak {g}} được đưa ra rõ ràng bởi [v, w] = [v ^, w ^] e.

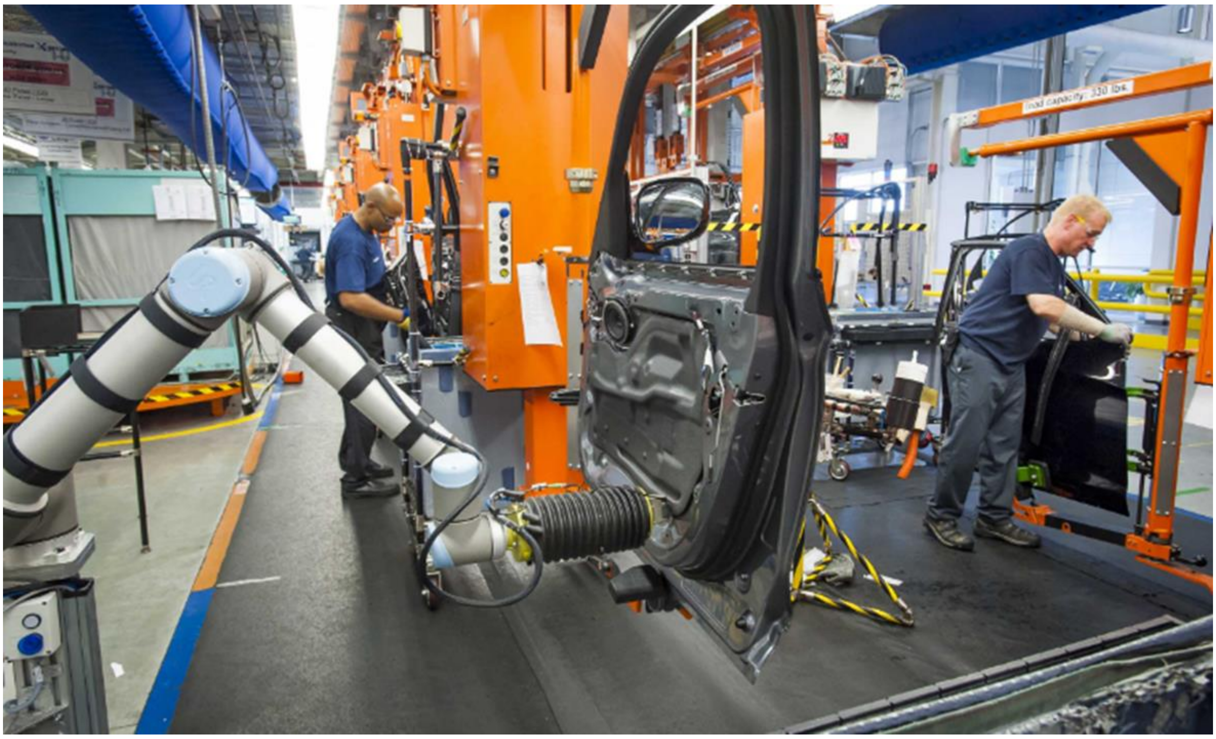
Đại số Lie này {\ displaystyle {\ mathfrak {g}}} {\ mathfrak {g}} là chiều hữu hạn và nó có cùng kích thước với đa tạp G. Đại số Lie của G xác định G là "đẳng cấu cục bộ", trong đó hai nhóm Lie được gọi là đẳng cấu cục bộ nếu chúng trông giống nhau gần thành phần nhận dạng. Các vấn đề về nhóm Lie thường được giải quyết bằng cách giải quyết vấn đề tương ứng cho đại số Lie và kết quả cho các nhóm sau đó thường dễ dàng theo sau. Ví dụ, các nhóm Lie đơn giản thường được phân loại bằng cách phân loại đầu tiên các đại số Lie tương ứng.

Chúng ta cũng có thể định nghĩa cấu trúc đại số Lie trên Te bằng cách sử dụng các trường vectơ bất biến phải thay vì các trường vectơ bất biến trái. Điều này dẫn đến cùng một đại số Lie, bởi vì bản đồ nghịch đảo trên G có thể được sử dụng để xác định các trường vectơ bất biến trái với các trường vectơ bất biến phải và hoạt động như −1 trên không gian tiếp tuyến.

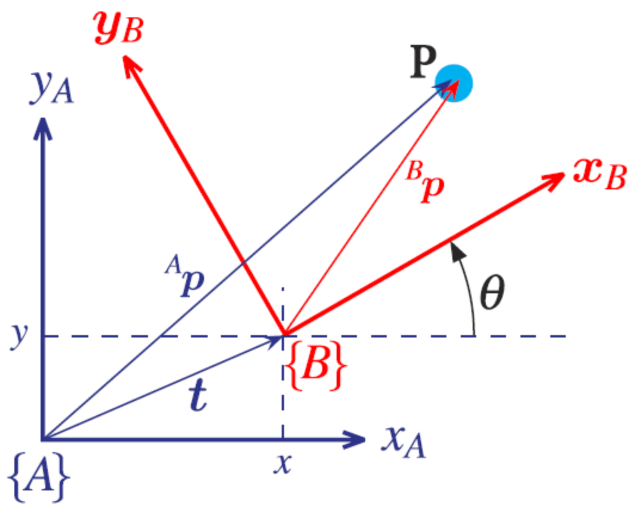
CHỦ ĐỀ 2: BIỂU DIỄN KHỚP TAY ROBOT

2.1 Mô tả động học

Động học là một nhánh của cơ học nghiên cứu chuyển động của một cơ thể, hoặc một hệ thống các cơ thể, mà không xem xét khối lượng của nó hoặc các lực tác động lên nó. Một cánh tay robot, chính thức hơn là một bộ điều khiển liên kết nối tiếp, bao gồm một chuỗi các liên kết và khớp cứng nhắc. Mỗi khớp có một mức độ tự do, hoặc là tịnh tiến (khớp trượt hoặc lăng trụ) hoặc xoay (khớp xoay). Chuyển động của khớp thay đổi tư thế tương đối của các liên kết mà nó kết nối. Một đầu của chuỗi, cơ sở, thường được cố định và đầu kia có thể tự do di chuyển trong không gian và giữ công cụ hoặc bộ kết thúc thực hiện công việc hữu ích.



Phép tịnh tiến và phép quay trong không gian 2 chiều:



$$\begin{pmatrix} {}^{A}x \\ {}^{A}y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{V}x \\ {}^{V}y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

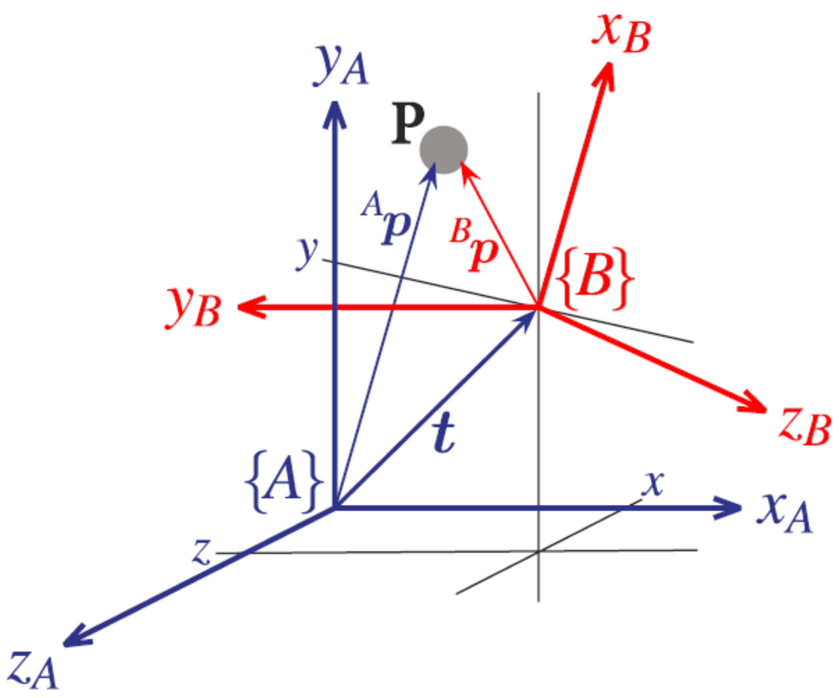
$$= \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{B}x \\ {}^{B}y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & x \\ \sin\theta & \cos\theta & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{B}x \\ {}^{B}y \\ 1 \end{pmatrix}$$

or more compactly as

$$\begin{pmatrix} {}^{A}x \\ {}^{A}y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{A}\boldsymbol{R}_{B} & \boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{0}_{1\times 2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{B}x \\ {}^{B}y \\ 1 \end{pmatrix}$$

Phép tịnh tiến và phép quay trong không gian 2 chiều:

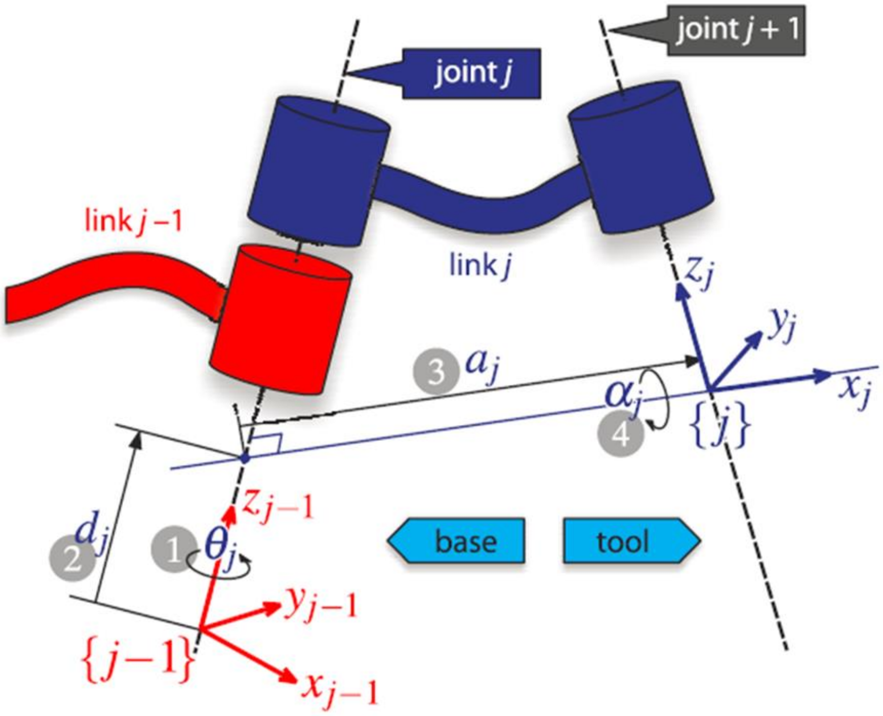


$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.2 Biểu diễn khớp tay robot



TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. R. Vemulapalli, F. Arrate, and R. Chellappa, “Human action recognitionby representing 3d skeletons as points in a lie group,” inProceedings ofthe IEEE conference on computer vision and pattern recognition, 2014,pp. 588–595.

2. R. Vemulapalli and R. Chellapa, “Rolling rotations for recognizinghuman actions from 3d skeletal data,” inProceedings of the IEEEconference on computer vision and pattern recognition, 2016, pp. 4471–4479

3. Z. Huang, C. Wan, T. Probst, and L. Van Gool, “Deep learning onlie groups for skeleton-based action recognition,” inProceedings of theIEEE conference on computer vision and pattern recognition, 2017, pp.6099–6108

4. C. Xu, L. N. Govindarajan, Y. Zhang, and L. Cheng, “Lie-x: Depth imagebased articulated object pose estimation, tracking, and action recognitionon lie groups,”International Journal of Computer Vision, vol. 123, no. 3,pp. 454–478, 2017.

5. T. Muller, “Architecture and methodology for sensor-based robotics onlie algebras,” Ph.D. dissertation, Technische University at M ̈unchen, 2013.

6. https://en.wikipedia.org/wiki/Group_theory

7. Corke, Peter. Robotics, vision and control: fundamental algorithms in MATLAB® second, completely revised. Vol. 118. Springer, 2017.