



**НАУЧНАЯ АРТЕЛЬ**  
**АКАДЕМИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО**

**16+**

**ISSN (p) 2411-7161**

**ISSN (e) 2712-9500**

**№ 5/2026**

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
«IN SITU»**

Москва  
2026

# НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «IN SITU»

Учредитель:  
Общество с ограниченной ответственностью «Издательство  
«Научная артель»

ISSN (p) 2411-7161  
ISSN (e) 2712-9500

Периодичность: 1 раз в месяц

Журнал размещается в Научной электронной библиотеке  
elibrary.ru по договору №511-08/2015 от 06.08.2015

Журнал размещен в международном каталоге  
периодических изданий Ulrich's Periodicals Directory.

Верстка: Мартиросян О.В.  
Редактор/корректор: Мартиросян Г.В.

Учредитель, издатель и редакция  
научного журнала «IN SITU»  
Академическое издательство «Научная артель»:  
+7 (495) 514 80 82  
<https://sciartel.ru>  
[info@sciartel.ru](mailto:info@sciartel.ru)  
450057, ул. Салавата 15

Подписано в печать 27.05.2026 г.  
Формат 60x90/8  
Усл. печ. л. 20.70  
Тираж 500.

Отпечатано  
в редакционно-издательском отделе академического издательства  
«Научная артель»  
<https://sciartel.ru>  
[info@sciartel.ru](mailto:info@sciartel.ru)  
+7 (495) 514 80 82

Цена свободная. Распространяется по подписке.

Все статьи проходят экспертную проверку. Точка зрения редакции не  
всегда совпадает с точкой зрения авторов публикуемых статей.

Авторы статей несут полную ответственность за содержание статей и за  
сам факт их публикации. Редакция не несет ответственности перед  
авторами и/или третьими лицами за возможный ущерб, вызванный  
публикацией статьи.

При использовании и заимствовании материалов, опубликованных в  
научном журнале, ссылка на журнал обязательна

Главный редактор:

Сукиасян Асатур Альбертович, к.э.н.

Редакционный совет:

Абидова Гулмира Шухратовна, д.т.н.

Авазов Сардоржон Эркин угли, д.с.-х.н.

Агафонов Юрий Алексеевич, д.м.н.

Алейникова Елена Владимировна, д.гос.упр.

Алиев Закир Гусейн оглы, д.фил.агр.н.

Ашрапов Баходурджон Пулотович, к.фил.н.

Бабаян Анжела Владиславовна, д.пед.н.

Баишева Зилия Вагизовна, д.фил.н.

Булатова Айсылу Ильдаровна, к.соц.н.

Бурак Леонид Чеславович, к.т.н., PhD

Ванесян Ашот Саркисович, д.м.н.

Васильев Федор Петрович, д.ю.н., член РАЮН

Вельчинская Елена Васильевна, д.фарм.н.

Виневская Анна Вячеславовна, к.пед.н.

Габрус Андрей Александрович, к.э.н.

Галимова Гузалия Абкадировна, к.э.н.

Гетманская Елена Валентиновна, д.пед.н.

Гимранова Гузель Хамидуловна, к.э.н.

Григорьев Михаил Федосеевич, к.с.-х.н.

Грузинская Екатерина Игоревна, к.ю.н.

Гулиев Игбал Адилевич, к.э.н.

Датий Алексей Васильевич, д.м.н.

Долгов Дмитрий Иванович, к.э.н.

Дусматов Абдурахим Дусматович, к. т. н.

Ежкова Нина Сергеевна, д.пед.н.

Екшикеев Тагер Кадырович, к.э.н.

Епхиева Марина Константиновна, к.пед.н., проф. РАЕ

Ефременко Евгений Сергеевич, к.м.н.

Закиров Мунавир Закиевич, к.т.н.

Зарипов Хусан Баходирович, PhD.

Иванова Нионила Ивановна, д.с.-х.н.

Калужина Светлана Анатольевна, д.х.н.

Канарейкин Александр Иванович, к.т.н.

Касимова Дилара Фаритовна, к.э.н.

Киравосян Сусана Арсеновна, к.ю.н.

Киркимбаева Жумагуль Слямбековна, д.вет.н.

Кленина Елена Анатольевна, к.филос.н.

Клещина Марина Геннадьевна, к.э.н.,

Козлов Юрий Павлович, д.б.н., заслуженный эколог РФ

Кондрашихин Андрей Борисович, д.э.н.

Конопацкова Ольга Михайловна, д.м.н.

Куликова Татьяна Ивановна, к.псих.н.

Курбанаева Лилия Хамматовна, к.э.н.

Курманова Лилия Рашидовна, д.э.н.

Ларионов Максим Викторович, д.б.н.

Мальшикина Елена Владимировна, к.и. н.

Маркова Надежда Григорьевна, д.пед.н.

Мещерякова Алла Брониславовна, к.э.н.

Мухаммадеева Зинфира Фанисовна, к.соц.н.

Мухамедова Гулчехра Рихсибаевна, к.пед.н.

Набиев Тухтамурод Сахобович, д.т.н.

Песков Аркадий Евгеньевич, к.полит.н.

Половения Сергей Иванович, к.т.н.

Пономарева Лариса Николаевна, к.э.н.

Почивалов Александр Владимирович, д.м.н.

Прошин Иван Александрович, д.т.н.

Сагтарова Рано Кадыровна, к.биол.н.

Сафина Зилия Забировна, к.э.н.

Симонович Николай Евгеньевич, д.псих. н., академик РАЕН

Сирик Марина Сергеевна, к.ю.н.

Смирнов Павел Геннадьевич, к.пед.н.

Старцев Андрей Васильевич, д.т.н.

Танаева Замфира Рафисовна, д.пед.н.

Терзиев Венелин Кръстев, д.э.н., член РАЕ

Умаров Бехзод Тургунпулатович, д.т.н.

Хайров Расим Золимхон угли, к.пед.н.

Хамзаев Иномжон Хамзаевич, к. т. н.

Хасанов Сайдинаби Сайдвалиевич, д.с.-х.н.

Чернышев Андрей Валентинович, д.э.н.

Чиладзе Георгий Бидзинович, д.э.н., д.ю.н., член РАЕ

Шилкина Елена Леонидовна, д.соц.н.

Шкирмонтов Александр Проккопьевич, д.т.н., член-РАЕ

Шляхов Станислав Михайлович, д.физ.-мат.н.

Шошин Сергей Владимирович, к.ю.н.

Юсупов Рахимьян Галимьянович, д.и. н.

Яковишина Татьяна Федоровна, д.т.н.

Янгиров Азат Вазирович, д.э.н.

Яруллин Рауль Рафаэлович, д.э.н., член РАЕ

## СОДЕРЖАНИЕ

## ФИЗИКА

- Bui Thi Thuy** 9  
SOLVING DIFFERENTIAL EQUATIONS OF FRACTIONAL LINEAR VIBRATIONS USING RUNGE-KUTTA-NYSTRÖM METHOD

## ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ

- Ходжакова Г., Ходжадурдыева М., Гараджаева Б.** 13  
РАЗВИТИЕ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ ШЕСТОГО ПОКОЛЕНИЯ И ИНТЕГРАЦИЯ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАФИКА

## СЕЛЬСКОЕ ХОЗЯЙСТВО

- Allamyradova A., Agayev B., Rejepova A.** 17  
EFFICIENCY OF IOT (INTERNET OF THINGS) TECHNOLOGIES IN "SMART" IRRIGATION SYSTEMS

- Allamyradova A., Agayev B., Akyyeva G.** 19  
THE ROLE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN CROP FIELD MANAGEMENT AND YIELD PREDICTION

- Amangulyyev D., Amangeldiyeva N., Jumayev S.** 21  
ANATOMY OF THE AKHAL-TEKE: THE STRUCTURE OF ENDURANCE AND AGILITY

- Amangulyyev D., Mulkiyev K., Jumageldiyev Sh.** 23  
GENETIC CHARACTERISTICS OF AKHAL-TEKE HORSES AND PRESERVING BREED PURITY

- Annagulyyeva A., Charyyev D., Rozgeldiyeva S., Japarova Ch.** 25  
COMPARATIVE PHYSIOLOGICAL ARCHITECTURE AND POPULATION GENOMICS OF ARID-ZONE EQUINE LINEAGES

- Annagulyyeva A., Hojanepesov A., Rozgeldiyeva S., Japarova Ch.** 27  
METABOLIC ADAPTATION IN THE HISTORICAL EVOLUTION OF SPORT AND ENDURANCE EQUINE BREEDS

- Annagulyyeva A., Ashyrov B., Rozgeldiyeva S., Oraznazarov Y.** 29  
NEUROMUSCULAR COORDINATION DYNAMICS AND HIGH-VELOCITY KINEMATICS IN HIGH-GOAL EQUESTRIAN FIELD SPORTS: POLO

- Annaorazov Sh., Atayev B., Ymamberdiyev D.** 32  
THE IMPACT OF ENRICHING FEED COMPOSITION WITH INNOVATIVE PHYTOGENIC SUPPLEMENTS ON LIVESTOCK PRODUCTIVITY

- Atamuradov N., Babanyazov E., Mavyyeva A.** 34  
TRACING FAMOUS LINEAGES LIKE BOYNOW AND MELEGUSH IN GREAT EQUESTRIAN HISTORY

- Atayeva O., Garajayeva G., Yazmyradov Y.** 35  
INTERNATIONAL ACHIEVEMENTS OF THE FAMOUS "GALKYNYSH" NATIONAL EQUESTRIAN GAMES GROUP

- Chetiyev Sh., Jepbarov K., Dovranov B.** 37  
CARDIOVASCULAR PERFORMANCE AND SPORTS ENDURANCE IN HORSES

Bui Thi Thuy

Hanoi University of Mining and Geology, Vietnam

**SOLVING DIFFERENTIAL EQUATIONS OF FRACTIONAL LINEAR VIBRATIONS USING RUNGE-KUTTA-NYSTRÖM METHOD**

**Abstract**

A force can be described as a function of displacement in the mechanical model. From Fukunaga, Shimizu and Nasuno [5], a linear fractional derivative model with respect to displacement is proposed to describe the force of viscoelastic material based on the measured data of impulsive motion. Using the Runge-Kutta-Nyström method, this paper presents a numerical method to solve differential equations of fractional linear vibrations.

**Keywords**

viscoelastic, fractional, dynamic, Runge-Kutta-Nyström.

**1. Introduction**

Runge-Kutta methods are a family of numerical methods for solving first-order differential equations. They offer startling performance and quality gains over the Euler Method. A fourth-order Runge-Kutta method can easily produce solutions many orders of magnitude more precise, all while requiring a fraction of a percent of the computing power the Euler Method demands.

However, Runge-Kutta methods have several limitations for studying complex systems: They are limited to first-order differential equations. They produce solutions for differential equations of a single variable.

We’re going to tackle the first of these two problems with a different family of solvers – Runge-Kutta-Nyström (RKN) methods.

The concepts of fractional derivatives appeared many years ago and are introduced by famous mathematicians like Riemann, Liouville, Grünwald, Letnikov, Caputo [1-3]. The concept of fractional operators in engineering applications is now increasingly attractive in the formulations of the constitutive law for some viscoelastic materials.

**2. The Runge-Kutta-Nyström method for differential equations of fractional linear vibrations**

Consider the motion differential equation involving fractional derivative of order  $p$

$$m\ddot{x}(t) + \mu_0 D^p[x(t)] + kx(t) = f(t), t \in [0, T], (0 < p < 1) \tag{1}$$

With the initial conditions

$$x(0) = x_0, \dot{x}(0) = \dot{x}_0 = v_0 \tag{2}$$

The Liouville – Riemann’s fractional derivative is defined as [1-3]

$$D^p x(t) = D[D^{-u}x(t)] = \frac{1}{\Gamma(u)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{x(\tau)}{(t-\tau)^{1-u}} d\tau \tag{3}$$

Where  $u = 1 - p, 0 < u < 1$ .

In order to make use of Liouville – Riemann’s formula to deduce our numerical scheme and to present the problems mentioned above, we apply the composition rule to  $D^p x(t)$  [1-3], that is

$$D^p x(t) = \frac{x(0)}{\Gamma(u)} t^{u-1} + D^{-u} \dot{x}(t) = \frac{x(0)}{\Gamma(1-p)} t^{-p} + \frac{1}{\Gamma(1-p)} \int_0^t \frac{\dot{x}(\tau)}{(t-\tau)^p} d\tau \tag{4}$$

By substituting Eq. (4) into Eq. (1) we obtain the following equation

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m} \left\{ f(t) - kx(t) - \mu_0 \left[ \frac{x(0)}{\Gamma(1-p)} t^{-p} + \frac{1}{\Gamma(1-p)} \int_0^t \frac{\dot{x}(\tau)}{(t-\tau)^p} d\tau \right] \right\}, \tag{5}$$

We integrate by parts the second term of Eq. (4)

$$\int_0^t \frac{\dot{x}(\tau)}{(t-\tau)^p} d\tau = \frac{1}{\Gamma(1-p)} \left[ \dot{x}(0)t^{1-p} + \int_0^t \ddot{x}(\tau)(t-\tau)^{1-p} d\tau \right], \quad (6)$$

We approximate the integral  $I(t) = \int_0^t \ddot{x}(\tau)(t-\tau)^{1-p} d\tau$  for every instance  $t$  by trapezoid numerical integration with  $h = t_n - t_{n-1}$

$$I(t) \approx \frac{h}{2} \left[ \dot{x}(0)t^{1-p} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \ddot{x}(t_i)(t-t_i)^{1-p} \right], n \geq 2 \quad (7)$$

Substituting Eq.(6), Eq. (7) into Eq. (5) we obtain

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m} \left\{ f(t) - kx(t) - \mu_0 \left[ \frac{x(0)}{\Gamma(1-p)} t^{-p} + \frac{1}{\Gamma(1-p)} \frac{x(0)t^{1-p} + I(t)}{1-p} \right] \right\}, \quad (8)$$

With

$$I(t) \approx \frac{h}{2} \left[ \ddot{x}(0)t^{1-p} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \ddot{x}(t_i)(t-t_i)^{1-p} \right], t \geq t_i \quad (9)$$

Using the RKN method for differential equation (8), we need values of  $\ddot{x}(t_i)$ . We use difference formula for  $\ddot{x}(t_i)$  from known values of  $\dot{x}_i$  and  $\dot{x}_{i-1}$  as follows:

$$\ddot{x}_i = \frac{\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}}{h} \quad (i \geq 1) \quad (10)$$

We have RKN numerical algorithm for Eq. (8) as [6] is

$$x_{i+1} = x_i + h\dot{x}_i + \frac{h}{3}(k_1 + k_2 + k_3), \quad (11)$$

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \frac{1}{3}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (12)$$

with

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{h}{2} \frac{1}{m} \left\{ f(t_i) - kx_i - \mu_0 \left[ \frac{x(0)}{\Gamma(1-p)} t_i^{-p} + \frac{1}{\Gamma(1-p)} \frac{x(0)t_i^{1-p} + I(t_i)}{1-p} \right] \right\}, \\ k_2 &= \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{m} \left\{ f\left(t_i + \frac{h}{2}\right) - k\left(x_i + \frac{h}{2}\dot{x}_i + \frac{h}{4}k_1\right) - \mu_0 \left[ \frac{x(0)}{\Gamma(1-p)} \left(t_i + \frac{h}{2}\right)^{-p} + \frac{1}{\Gamma(1-p)} \frac{1}{1-p} \left( \dot{x}(0) \left(t_i + \frac{h}{2}\right)^{1-p} + I\left(t_i + \frac{h}{2}\right) \right) \right] \right\}, \\ k_3 &= k_2, \\ k_4 &= \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{m} \left\{ f(t_i + h) - k(x_i + h\dot{x}_i + hk_3) - \mu_0 \left[ \frac{x(0)}{\Gamma(1-p)} (t_i + h)^{-p} + \frac{1}{\Gamma(1-p)} \frac{1}{1-p} (\dot{x}(0)(t_i + h)^{1-p} + I(t_i + h)) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

We finally obtain numerical solution  $x_{i+1}$  of the differential equation of motion according to Eq. (6). We suppose that formulas  $x(0)$ ,  $\dot{x}(0)$  and  $\ddot{x}(0)$  are given.

### 3. Numerical example

We have tried out the algorithm on an example. We have chosen

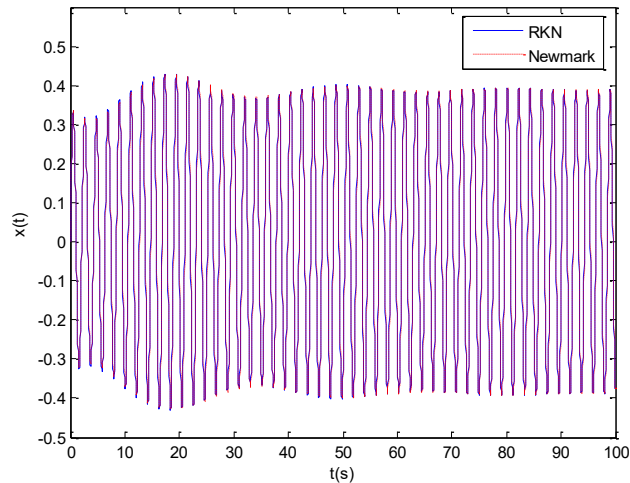
$$p = 0.5, m = 981(kg), \mu_0 = 196.2(Ns^p/m), k = 9810(N/m), f = 490.5 \sin(3t), \\ h = 0.03(s).$$

The differential equation of motion has following form

$$\ddot{x}(t) + 0.2D^{1/2}x(t) + 10x(t) = 0.5 \sin(3t), \quad (14)$$

With the initial conditions:  $x(0) = 0(m)$ ,  $\dot{x}(0) = 1(m/s) \Rightarrow \ddot{x}(0) = 0(m/s^2)$ .

The solution of Eq. (14) obtained by the Runge - Kutta - Nyström method is represented in follow figure:



Time histories of the displacement in Eq. (14)

#### 4. Conclusions

Based on the idea of the Runge-Kutta-Nyström method, the approximation formulas for dynamic systems are developed in this paper. Then, using the Liouville-Riemann's definition of fractional derivatives and the RKN algorithm, we solved differential equations of fractional linear vibrations. According to this algorithm, a computer program is developed using MATLAB software.

We also compared the results calculated by the Newmark method [6] and Runge-Kutta-Nyström method. The computation time with Runge-Kutta-Nyström method is greatly reduced in comparison with Newmark method.

#### References:

1. K. B. Oldham, J. Spanier, *The Fractional Calculus*, Academic Press, Boston, New York (1974).
1. Podluny, *Fractional Differential Equations*, Academic Press, Boston, New York (1999).
2. K. Miller, B. Ross, *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*, John Wiley & Sons, New York 1993.
3. W. Zhang, N. Shimizu, *Numerical Algorithm for Dynamic Problems Involving Fractional Operator*, *International Journal of JSME, Series C*, Vol.41 (1998), No.3, pp.364-370.
4. M. Fukunaga, N. Shimizu, H. Nasuno, *A nonlinear fractional derivative model of impulse motion for viscoelastic materials*, *Physica Scripta T136* (2009) 014010 (6pp).
5. L. Collatz, *Numerische Behandlung von Differentialgleichungen*, Springer-Verlag, Berlin 1951.

© Bui Thi Thuy, 2026