ПОДПИСКА 2025. I ПОЛУГОДИЕ

Подписывайтесь на журнал «МАТЕМАТИКА ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ»!

Издается с 2001 года. Входит в перечень ВАК

Статьям журнала присваивается DOI

ПОЧТА РОССИИ

на сайте podpiska.pochta.ru

в мобильном приложении Почты России

через почтальона

Журнал
«МАТЕМАТИКА
ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ»
Подписной индекс

П1593

Комплект журналов
«ФИЗИКА В ШКОЛЕ»
и «ФИЗИКА ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ»
Подписной индекс

П1597

ВНИМАНИЕ!
Комплекты журналов
СО СКИДКОЙ
«МАТЕМАТИКА
В ШКОЛЕ»
и
«МАТЕМАТИКА
ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ»
Подписной
индекс — П1597

Оформляйте подписку на ПЕЧАТНЫЕ ЖУРНАЛЫ издательства «Школьная Пресса»:

- **В любом почтовом отделении по каталогу «Подписные издания. Почта России»**
- **На сайте «Почта России»:** https://podpiska.pochta.ru/publisher/349226

Открыть ссылку приложением «Камера»

- **Урал-Пресс:** http://www.ural-press.ru
- **На сайте издательства SCHOOLPRESS.RU**

Оформляйте подписку на ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЕРСИИ ПЕЧАТНЫХ ЖУРНАЛОВ:

- Вы можете подписаться на наши журналы через **электронно-библиотечные системы:**
  • Ивис - ivis.ru • Руконт - rucont.ru • eLIBRARY.RU – Научная электронная библиотека

- **Подписка на электронные версии печатных журналов оформляется на сайте schoolpress.ru СКИДКА 500 РУБ. С КАЖДОГО НОМЕРА!**

Электронная версия позволяет: получать журнал быстрее,
сэкономить средства за подписку и доставку.
Доставка журнала: pdf-файл – на e-mail подписчика.

Открыть ссылку приложением «Камера»

ВНИМАНИЕ! Вы можете купить **отдельную статью** и **любой номер журнала** (в т.ч. за прошедшие годы) **в электронном виде** на сайте **www.schoolpress.ru**

Тел.: +7(495) 619-52-87, 619-83-80. E-mail: periodika@schoolpress.ru

ISSN 2074-5281

Математика для школьников, 2024, № 3, 1–48

Школьная Пресса

ISSN 2074-5281

научно-практический журнал

МАТЕМАТИКА для школьников

3
2024

ШАТРЫ ДЛЯ ВОЕННЫХ ЧИНОВ

ЗАГАДОЧНОЕ ЧИСЛО

БЫСТРОЕ УМНОЖЕНИЕ

Журналу 20 лет!

МАТЕМАТИКА для школьников
НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
3
2024

В НОМЕРЕ:

Хоанг Нгы Хуан,
Ханойский горно-геологический университет,
huanhoangngu@mail.ru

DOI: 10.47639/2074-5281_2024_3_10

ПРИМЕНЕНИЕ СЛЕДСТВИЙ НЕРАВЕНСТВА КОШИ ДЛЯ ДВУХ ВЕЛИЧИН К КОНСТРУИРОВАНИЮ ЗАДАЧ НА ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

В статье приведён ряд задач на доказательство, для конструирования которых применяются следствия из классического неравенства Коши. Также новые задачи можно получить, добавив к неравенству для трёх величин ещё одно ограничение, связывающее их. Рассмотренные приёмы позволяют легко генерировать нетривиальные упражнения для проведения занятий по математике, а также демонстрировать школьникам пути самостоятельного получения новых задач

Напомним классическое неравенство Коши для двух неотрицательных величин x, y:

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}.$$

Заменяя x и y их квадратами, получим:

$$x^2 + y^2 \geq 2|xy| \geq 2xy. \qquad (1)$$

Справедливость (1) легко проверяется и без отсылки к неравенству Коши, поскольку для любых действительных x и y будем иметь:

$$x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0.$$

Равенство в данном соотношении, очевидно, достигается тогда и только тогда, когда $x = y$.

Ниже читателю предлагается ряд задач на доказательство, для составления и решения которых используются преобразования неравенства (1).

Задача 1. Докажите, что для любых чисел a, b, c справедливо неравенство

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca.$$

Р е ш е н и е. Применив неравенство (1) попарно к числам a, b, c, получим:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab;$$
$$b^2 + c^2 \geq 2bc;$$
$$c^2 + a^2 \geq 2ca.$$

После сложения трёх полученных неравенств и деления на 2 имеем:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca,$$

что и требовалось доказать.

Замечание 1. В частном случае, при $y = 1$, из неравенства (1) следует

$$x^2 + 1 \geq 2|x| \geq 2x. \qquad (2)$$