

# Khơi dậy cảm hứng học tập cho sinh viên thông qua các bài toán ứng dụng của Đại số và Giải tích

Lê Bích Phương, 0988782112, lebichphuong1709@gmail.com

Bộ môn Toán, Khoa Khoa học Cơ bản,

Nhóm nghiên cứu BSASD, Trường Đại học Mở - Địa chất

## Tóm tắt

Đại số tuyến tính và Giải tích là một lĩnh vực cốt lõi trong toán học và khoa học dữ liệu, cung cấp công cụ mạnh mẽ để giải quyết nhiều vấn đề thực tế. Việc giảng dạy đại số tuyến tính và giải tích không chỉ dừng lại ở lý thuyết, mà còn cần kết hợp các bài toán ứng dụng nhằm tăng tính thực tiễn và sự hứng thú của sinh viên. Bài báo này trình bày cách tích hợp các ứng dụng như tối ưu hóa và mã hóa vào chương trình giảng dạy đại số tuyến tính và giải tích, giúp sinh viên hiểu rõ hơn về cách các khái niệm lý thuyết được áp dụng trong thực tế.

### 1. Giới thiệu

Đại số tuyến tính và giải tích là nền tảng cho nhiều lĩnh vực, bao gồm học máy, tối ưu hóa, xử lý tín hiệu và mật mã học. Tuy nhiên, trong môi trường giáo dục đại học, sinh viên thường gặp khó khăn trong việc liên kết các khái niệm trừu tượng với các ứng dụng thực tế. Việc đưa các bài toán ứng dụng cụ thể vào giảng dạy có thể cải thiện đáng kể hiệu quả học tập và khơi dậy niềm yêu thích của sinh viên.

### 2. Nội dung nghiên cứu

#### 2.1 Ứng dụng trong Tối ưu hóa

##### Bài toán 1.

Ba giàn khoan  $G_1, G_2, G_3$  cần khai thác ba loại dầu khác nhau: dầu nhẹ, dầu trung bình và dầu nặng. Khối lượng dầu cần khai thác ở mỗi giàn là khác nhau và mỗi loại dầu được khai thác từ hai mỏ dầu  $M_1, M_2$  với chi phí khai thác khác nhau tại mỗi mỏ. Mục tiêu là xác định mỏ nào nên lựa chọn để tối ưu hóa chi phí khai thác cho từng giàn khoan.

##### Dữ liệu:

Khối lượng dầu cần khai thác (đơn vị: tấn):

Loại dầu	Giàn khoan $G_1$	Giàn khoan $G_2$	Giàn khoan $G_3$
Dầu nhẹ	10	8	12
Dầu trung bình	15	20	18
Dầu nặng	5	6	7

Chi phí khai thác tại mỗi mỏ (đơn vị: triệu VND/tấn):

Loại dầu	Mỏ $M_1$	Mỏ $M_2$
Dầu nhẹ	1.2	1.0
Dầu trung bình	1.5	1.8
Dầu nặng	2.0	1.7

##### Phép toán:

Ma trận nhu cầu khai thác  $P$ :

$$P = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 5 \\ 8 & 20 & 6 \\ 12 & 18 & 7 \end{bmatrix}$$

Ma trận chi phí khai thác  $Q$ :

$$Q = \begin{bmatrix} 1.2 & 1.0 \\ 1.5 & 1.8 \\ 2.0 & 1.7 \end{bmatrix}$$

Ma trận tổng chi phí  $R = P \times Q$ :

Trong đó  $R_{ij}$  là chi phí để giàn khoan  $G_i$  khai thác tại mỏ  $M_j$ .

Tính toán cho giàn khoan  $G_1$ :

Tại mỏ  $M_1$ :  $10 \cdot 1.2 + 15 \cdot 1.5 + 5 \cdot 2.0 = 44.5$  triệu VNĐ.

Tại mỏ  $M_2$ :  $10 \cdot 1.0 + 15 \cdot 1.8 + 5 \cdot 1.7 = 45.5$  triệu VNĐ.

Lập lại tương tự cho các giàn còn lại để hoàn thành ma trận  $R$ .

Kết quả:

$$R = \begin{bmatrix} 44.5 & 45.5 \\ 51.6 & 54.2 \\ 55.4 & 56.3 \end{bmatrix}$$

1. Từ ma trận  $R$ , xác định giàn nào nên chọn mỏ  $M_1$  hoặc  $M_2$  để tối ưu chi phí.
2. Tổng hợp kết quả và đưa ra kết luận.

### Ứng dụng:

Bài toán này minh họa cách sử dụng đại số tuyến tính và giải tích để tối ưu hóa chi phí trong khai thác dầu khí giúp các kỹ sư đưa ra quyết định dựa trên dữ liệu thực tế.

### Bài toán 2.

Một công ty muốn dự đoán doanh thu từ quảng cáo trên ba nền tảng: truyền hình, radio và mạng xã hội. Dữ liệu về chi phí quảng cáo và doanh thu được thu thập như sau

Chi phí TV	Chi phí Radio	Chi phí Mạng xã hội	Doanh thu
230	37	69	22
44	12	9	10
17	3	5	5
151	41	45	18
180	15	67	20

Sử dụng đại số tuyến tính và giải tích, hãy tìm một mô hình tuyến tính dạng:

$$y = Xw$$

Với  $\mathbf{X}$  là ma trận chi phí,  $\mathbf{y}$  là vector doanh thu, và  $\mathbf{w}$  là vector trọng số cần tìm.

## 1. Biểu diễn dữ liệu dưới dạng ma trận:

**Ma trận chi phí quảng cáo**

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 230 & 37 & 69 \\ 44 & 12 & 9 \\ 17 & 3 & 5 \\ 151 & 41 & 45 \\ 180 & 15 & 67 \end{bmatrix}$$

**Vector doanh thu**

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 22 \\ 10 \\ 5 \\ 18 \\ 20 \end{bmatrix}$$

**Vector trọng số cần tìm**

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}$$

## 2. Tìm vector $\mathbf{w}$ tối ưu bằng phương pháp bình phương tối thiểu:

$$\mathbf{w} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}. \quad (1)$$

Chứng minh (1):

Bài toán cần giải quyết:

Mô hình tuyến tính được biểu diễn dưới dạng:  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{w} + \varepsilon$

Trong đó:

$\mathbf{X}$  là ma trận đặc trưng (còn gọi là ma trận inputs), kích thước  $n \times m$  ( $n$  là số mẫu,  $m$  là số đặc trưng),

$\mathbf{y}$  là vector mục tiêu (còn gọi là vector outputs), kích thước  $n \times 1$ ,

$\mathbf{w}$  là vector trọng số (còn gọi là vector parameter), kích thước  $m \times 1$ ,

$\varepsilon$  là sai số của mô hình.

Mục tiêu: Tìm  $\mathbf{w}$  sao cho sai số bình phương:  $S(\mathbf{w}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{w}\|^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \mathbf{x}_i^T \mathbf{w})^2$

Tối ưu hóa sai số bình phương tổng:

Sai số bình phương tổng là một hàm bậc hai đối với  $\mathbf{w}$ , được viết dưới dạng ma trận như sau:

$$S(\mathbf{w}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{w}\|^2 = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{w})^T \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{w})$$

Khai triển biểu thức ta có:

$$S(\mathbf{w}) = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\mathbf{y}^T \mathbf{X}\mathbf{w} + \mathbf{w}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\mathbf{w}$$

Mục tiêu cần tìm  $\mathbf{w}$  sao cho  $S(\mathbf{w})$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Lấy đạo hàm của  $S(\mathbf{w})$  theo  $\mathbf{w}$  ta có:

$$\frac{\partial S(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} = -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\mathbf{w}$$

Cho đạo hàm bằng 0 để tìm nghiệm tối ưu:

$$-2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\mathbf{w} = 0$$

Giải phương trình ta có:

$$\begin{aligned} X^T X w &= X^T y \\ w &= (X^T X)^{-1} X^T y \end{aligned}$$

**Áp dụng công thức ta có:**

$$\begin{aligned} X^T X &= \begin{bmatrix} 110326 & 17980 & 35206 \\ 17980 & 3428 & 5526 \\ 35206 & 5526 & 11381 \end{bmatrix} \\ (X^T X)^{-1} &= \begin{bmatrix} 0.002731 & -0.003248 & -0.006871 \\ -0.003248 & 0.005205 & 0.007520 \\ -0.006871 & 0.007520 & 0.017691 \end{bmatrix} \\ X^T y &= \begin{bmatrix} 11903 \\ 1987 \\ 3783 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

**Tính w:**

$$w = (X^T X)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} 0.060324 \\ 0.129551 \\ 0.08178 \end{bmatrix}$$

**Vậy mô hình tuyến tính tối ưu là:**

$$y = 0.060324 \cdot x_1 + 0.129551 \cdot x_2 + 0.08178 \cdot x_3$$

**Ứng dụng:**

Sinh viên hiểu cách các công cụ như ma trận, phép nhân ma trận, và phép tính nghịch đảo được sử dụng trong thực tế.

## 2.2. Ứng dụng trong Mã hóa:

**Bài toán 1:** Mã hóa dòng chữ “HELP” thành một thông điệp bí mật bằng phương pháp ma trận.

**Quy ước mã hóa ký tự:**

- Gán mỗi chữ cái trong bảng chữ cái tiếng Anh một số thứ tự;  $A = 1, B = 2, \dots, Z = 26$ .
- Khoảng trống hoặc ký tự đặc biệt có thể được gán là 0 (hoặc bỏ qua nếu không cần thiết).

**Quy trình mã hóa:**

- Biểu diễn dòng chữ dưới dạng vector số.
- Nhân vector này với một ma trận mã hóa  $\mathbf{M}$  (là một ma trận vuông đã chọn trước, có định thức khác 0 để đảm bảo khả năng giải mã).

**Giải mã:**

Dùng ma trận nghịch đảo  $\mathbf{M}^{-1}$  để giải mã thông điệp.

**Cách thực hiện:**

- (1) Dòng chữ ban đầu: “HELP”.

Chuyển các ký tự thành số:

$$H = 8, E = 5, L = 12, P = 16.$$

Biểu diễn thành vector:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 12 \\ 16 \end{bmatrix}.$$

**(2) Cho ma trận mã hóa:**

Giả sử ma trận mã hóa  $\mathbf{M}$  là:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Vì ma trận này chỉ là  $2 \times 2$ , cần chia vector  $\mathbf{v}$  thành các cặp (block size = 2):

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 12 \\ 16 \end{bmatrix}.$$

**(3) Quá trình mã hóa:**

Nhân từng vector với ma trận mã hóa:

$$\mathbf{v}'_1 = \mathbf{M} \cdot \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 \\ 28 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{v}'_2 = \mathbf{M} \cdot \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72 \\ 76 \end{bmatrix}.$$

Kết quả mã hóa là:

$$\mathbf{v}' = \begin{bmatrix} 31 \\ 28 \\ 72 \\ 76 \end{bmatrix}.$$

**(4) Thông điệp mã hóa:**

Thông điệp sau khi mã hóa là:

$$31, 28, 72, 76.$$

**Giải mã:**

**1. Tính ma trận nghịch đảo:**

Ma trận nghịch đảo của  $\mathbf{M}$  là:

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{M})} \cdot \text{adj}(\mathbf{M}),$$

Trong đó  $\det(\mathbf{M}) = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 5$ .

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix}.$$

**2. Giải mã vector:**

Nhân từng vector mã hóa với  $\mathbf{M}^{-1}$ :

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{v}'_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 31 \\ 28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{v}'_2 = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 72 \\ 76 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 16 \end{bmatrix}.$$

Ghép các vector giải mã lại:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 12 \\ 16 \end{bmatrix}.$$

### 3. Chuyển số về ký tự:

$$8 \rightarrow H, 5 \rightarrow E, 12 \rightarrow L, 16 \rightarrow P.$$

Kết quả giải mã là: “**HELP**”.

**Bài toán 2:** Mã hóa dòng chữ “LOVEHUMGMATHCLUB” thành một thông điệp bí mật bằng phương pháp ma trận.

#### Quy ước mã hóa ký tự:

1. Gán mỗi ký tự trong bảng chữ cái tiếng anh là một số thứ tự:

$$A = 1, B = 2, \dots, Z = 26.$$

Ký tự khoảng trống hoặc không cần thiết có thể được bỏ qua.

2. Dòng chữ “LOVEHUMGMATHCLUB” được chuyển thành các số:

$$L = 12, O = 15, V = 22, E = 5, H = 8, U = 21, M = 14, G = 7, M = 13, A = 1, T = 20, \\ H = 8, C = 3, L = 12, U = 21, B = 2.$$

Vector số biểu diễn:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \\ 22 \\ 5 \\ 8 \\ 21 \\ 13 \\ 7 \\ 13 \\ 1 \\ 20 \\ 8 \\ 3 \\ 12 \\ 21 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

#### Chọn ma trận mã hóa:

Ma trận mã hóa là ma trận  $2 \times 2$ :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Vì ma trận  $2 \times 2$ , cần chia vector  $\mathbf{v}$  thành các khối  $2 \times 1$ :

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 22 \\ 5 \end{bmatrix}, \dots, \mathbf{v}_8 = \begin{bmatrix} 21 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

### Mã hóa từng khối:

Nhân từng khối với ma trận  $\mathbf{M}$ :

$$\mathbf{v}'_i = \mathbf{M} \cdot \mathbf{v}_i.$$

### Tính toán:

1. Với  $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \end{bmatrix}$ :

$$\mathbf{v}'_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 69 \\ 72 \end{bmatrix}.$$

2. Với  $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 22 \\ 5 \end{bmatrix}$ :

$$\mathbf{v}'_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 22 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 59 \\ 42 \end{bmatrix}.$$

3. Tiếp tục thực hiện các khối còn lại:

$$\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ 21 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_3 = \begin{bmatrix} 79 \\ 29 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 13 \\ 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_4 = \begin{bmatrix} 47 \\ 41 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} 13 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_5 = \begin{bmatrix} 29 \\ 17 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_6 = \begin{bmatrix} 20 \\ 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_6 = \begin{bmatrix} 64 \\ 52 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_7 = \begin{bmatrix} 3 \\ 12 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_7 = \begin{bmatrix} 42 \\ 51 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_8 = \begin{bmatrix} 21 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_8 = \begin{bmatrix} 48 \\ 29 \end{bmatrix}.$$

### Thông điệp mã hóa:

Kết quả sau khi mã hóa là:

$$\mathbf{v}' = \begin{bmatrix} 69 \\ 72 \\ 59 \\ 42 \\ 79 \\ 92 \\ 47 \\ 41 \\ 29 \\ 17 \\ 64 \\ 52 \\ 42 \\ 51 \\ 48 \\ 29 \end{bmatrix}.$$

Dòng thông điệp mã hóa cuối cùng (ghép từng cặp số):

69,72,59,42,79,92,47,41,29,17,64,52,42,51,48,29.

**Giải mã:**

1. Tính ma trận nghịch đảo  $\mathbf{M}^{-1}$ :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \det(\mathbf{M}) = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 5.$$

Nghịch đảo:

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix}.$$

2. Giải mã từng khối:

Nhân các khối mã hóa  $\mathbf{v}'_i$  với  $\mathbf{M}^{-1}$  để khôi phục  $\mathbf{v}_i$ .

3. Kết quả:

Vector số sau khi giải mã sẽ khôi phục lại:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \\ 22 \\ 5 \\ 8 \\ 21 \\ 13 \\ 7 \\ 13 \\ 1 \\ 20 \\ 8 \\ 3 \\ 12 \\ 21 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Chuyển các số về ký tự sẽ thu được dòng chữ ban đầu: “**LOVEHUMGMATHCLUB**”.

### 2.3. Ứng dụng trong phân tích mạng xã hội



### Bài toán:

Một mạng xã hội đơn giản có 3 người dùng  $A, B$  và  $C$ . Mỗi quan hệ giữa họ được mô tả bởi ma trận liên kết sau:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Trong đó:

Một phần tử  $A_{ij} = 1$  nếu người dùng  $i$  theo dõi người dùng  $j$ , và  $A_{ij} = 0$  nếu ngược lại.

**Ví dụ:**  $A_{1,2} = 1$  nghĩa là  $A$  theo dõi  $B$ .

Hãy ước tính mức độ quan trọng (Pagerank) của mỗi người dùng.

Vector Pagerank  $\mathbf{v} = [v_A, v_B, v_C]^T$  là vector ổn định thỏa mãn:

$$\mathbf{v} = \mathbf{P} \times \mathbf{v},$$

Trong đó  $\mathbf{P}$  là ma trận chuyển đổi xác suất.

### Giải pháp:

#### 1. Xây dựng ma trận chuyển đổi xác suất $\mathbf{P}$ :

Mỗi hàng của  $\mathbf{A}$  được chuẩn hóa sao cho tổng các phần tử trong hàng bằng 1 (để tạo thành xác suất chuyển đổi).

Ma trận chuẩn hóa  $\mathbf{P}$  được tính như sau:

$$P_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_i A_{ij}}$$

Với ma trận  $\mathbf{A}$ , ta tính:

Tổng số liên kết từ  $A = 2$ , từ  $B = 2$ , từ  $C = 2$ .

Nên:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}.$$

#### 2. Tìm vector ổn định $\mathbf{v}$ :

Vector  $\mathbf{v}$  là một vector riêng ứng với giá trị riêng lớn nhất của  $\mathbf{P}$  thỏa mãn:

$$\mathbf{v} = \mathbf{P} \times \mathbf{v}.$$

Thông thường, để tìm  $\mathbf{v}$ , ta sử dụng phương pháp lặp:

Bắt đầu với một vector khởi tạo  $\mathbf{v}_0 = [1/3, 1/3, 1/3]^T$  (giả định rằng tất cả các người dùng ban đầu có mức quan trọng như nhau).

Tại mỗi bước lặp, tính:

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{P} \times \mathbf{v}_k.$$

Lặp lại quá trình cho đến khi  $\mathbf{v}_k$  hội tụ (không thay đổi đáng kể giữa hai bước lặp liên tiếp).

### 3. Tính toán:

Sau một bước lặp (hoặc tính toán giá trị riêng trực tiếp), ta có:

$$\mathbf{v} = [0.333, 0.333, 0.333]^T.$$

Điều này cho thấy mức độ quan trọng của mỗi người dùng như nhau trong trường hợp mạng đối xứng.

**Mở rộng: Thêm hệ số giảm dần ( $d$ ):** Trong thực tế, thuật toán Pagerank thường thêm hệ số giảm dần  $d$  (damping factor, thường là  $d = 0.85$ ) để tính đến xác suất một người dùng ngẫu nhiên nhảy đến bất kỳ trang nào. Ma trận được điều chỉnh:

$$\mathbf{P}' = d \cdot \mathbf{P} + (1-d) \cdot \frac{\mathbf{1}^T}{n},$$

Với  $n$  là số người dùng và  $\mathbf{1}$  là ma trận toàn các số 1.

### Ứng dụng:

Phân tích ảnh hưởng của người dùng trên mạng xã hội.  
Gợi ý bạn bè hoặc nội dung liên quan.

### 3. Kết luận

Việc tích hợp các bài toán ứng dụng như tối ưu hóa và mã hóa vào giảng dạy đại số tuyến tính và giải tích không chỉ làm tăng sự hấp dẫn của môn học, mà còn giúp sinh viên chuẩn bị tốt hơn cho các lĩnh vực công việc thực tế. Đây là một hướng đi cần được mở rộng và phát triển trong giáo dục đại học.

### Tài liệu tham khảo

1. Gilbert Strang, *Introduction to Linear Algebra*.
2. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*.
3. Langville, A. N., & Meyer, C. D. (2012). *Google's PageRank and Beyond: The Science of Search Engine Rankings*. Princeton University Press.
4. Newman, M. E. J. (2010). *Networks: An Introduction*. Oxford University Press.
5. Meyer, C. D. (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

## Awakening Learning Inspiration for Students through Applied Problems in Linear Algebra

Lê Bích Phương, 0988782112, lebichphuong1709@gmail.com

Department of Mathematics, Faculty of Basic Sciences,

BSASD Research Group, Ha Noi University of Mining and Geology

**Abstract**

Linear algebra is a core field in mathematics and data science, providing powerful tools to solve many real-world problems. The teaching of linear algebra should not be limited to theory, but also needs to incorporate applied problems to enhance practical relevance and student enthusiasm. This paper discusses how to integrate applications such as optimization and coding into the linear algebra curriculum, helping students better understand how theoretical concepts are applied in practice.

**LỜI CẢM ƠN:**

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Mở - Địa chất, trong đề tài mã số T25-20.