

Ảnh hưởng của độ dày lớp điện môi lên trạng thái ngưng tụ exciton trong cấu trúc graphene hai lớp

Dielectric thickness effects on double-layer graphene excitonic condensation state

Đỗ Thị Hồng Hải^a, Phan Văn Nhâm^{b,c,*}
Hong-Hai-Thi Do^a, Van-Nham Phan^{b,c,*}

^aTrường Đại học Mỏ - Địa chất, 18 Phố Viên, Bắc Từ Liêm, Hà Nội, Việt Nam

^aHanoi University of Mining and Geology, 18 Vien street, Bac Tu Liem, Hanoi, Vietnam

^bViện Nghiên cứu và Phát triển Công nghệ Cao, Đại học Duy Tân, Đà Nẵng, Việt Nam

^bInstitute of Research and Development, Duy Tan University, Da Nang, 550000, Vietnam

^cKhoa khoa học Tự nhiên, Trường Đại học Duy Tân, Đà Nẵng, Việt Nam

^cFaculty of Nature Sciences, Duy Tan University, Da Nang, 550000, Vietnam

(Ngày nhận bài: 03/9/2020, ngày phản biện xong: 12/9/2020, ngày chấp nhận đăng: 26/9/2020)

Tóm tắt

Đặt cách nhau bằng một lớp điện môi có độ dày xác định, hệ hai lớp graphene được khẳng định tồn tại trạng thái ngưng tụ exciton. Hệ điện tử-lỗ trống trong cấu trúc graphene hai lớp này được mô tả bằng mô hình điện tử hai lớp có kê tới tương tác Coulomb giữa điện tử trên một lớp và lỗ trống ở lớp còn lại. Bằng gần đúng Hartree-Fock, chúng tôi đã thu được hệ phương trình tự hợp, cho phép xác định tham số trật tự trạng thái ngưng tụ exciton. Kết quả tính số khẳng định sự tồn tại trạng thái ngưng tụ exciton trong hệ khi khoảng cách giữa hai lớp graphene đủ nhỏ. Ảnh hưởng của độ dày lớp điện môi lên sự hình thành và ổn định trạng thái ngưng tụ exciton trong hệ graphene hai lớp được thảo luận chi tiết.

Từ khóa: Trạng thái ngưng tụ exciton; graphene hai lớp; gần đúng Hartree-Fock.

Abstract

This paper discusses the magnetic correlations in diluted magnetic semiconductor from signatures of the static spin Separated by a thickness dielectric, a structure of two graphene monolayers is specified to exist the excitonic condensation state. The electron-hole system in the double layer graphene is described by a generic two-level electronic model taking into account a Coulomb interaction between an electron in one layer and a hole in the opposite layer. Utilizing the Hartree-Fock approximation, we deliver a set of equations determining self-consistently the excitonic condensation order parameter. Numerical results indicate an appearance of the excitonic condensation state in the system if the dielectric thickness is sufficiently small. The effects of the dielectric thickness in the formation and stability of the excitonic condensation state in the so-called double-layer graphene are intently discussed.

Keywords: Excitonic condensation state; double layer graphene; Hartree-Fock approximation.

1. Mở đầu

Mặc dù được tiên đoán cách đây hơn nửa thế kỷ [1, 2], bản chất của trạng thái ngưng

tụ exciton đến nay vẫn còn nhiều điều chưa được sáng tỏ cũng như khả năng quan sát thực nghiệm của trạng thái này trong vật liệu còn

*Corresponding Author: Van-Nham Phan, Institute of Research and Development, Duy Tan University, Da Nang, 550000, Vietnam; Faculty of Nature Sciences, Duy Tan University, Da Nang, 550000, Vietnam;
Email: phanvannham@duytan.edu.vn

hiều thách thức. Theo các tiên đoán lý thuyết, trong các hệ bán kim loại hay bán dẫn với khe năng lượng nhỏ, các điện tử ở dải dẫn và lỗ trống ở dải hoá trị có thể liên kết tạo thành exciton do lực hút tĩnh điện Coulomb [1, 2]. Exciton là giả hạt boson, vì vậy, khi nhiệt độ đủ nhỏ, hệ exciton với mật độ đủ lớn có thể tồn tại ở một trạng thái lượng tử theo lý thuyết ngưng tụ Bose-Einstein (BEC) [3]. Trạng thái ngưng tụ exciton có nhiều điểm giống với trạng thái siêu dẫn, hay trạng thái ngưng tụ của các cặp Cooper trong lý thuyết của Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS), vì vậy, trong một số giới hạn, người ta thường dùng lý thuyết BCS để mô tả trạng thái ngưng tụ exciton. Tuy nhiên, khác với trạng thái siêu dẫn, một trạng thái dẫn điện lý tưởng, thì trạng thái ngưng tụ exciton lại là điện môi, và người ta cũng hay gọi là trạng thái điện môi exciton [4].

Nếu như trạng thái siêu dẫn được quan sát ở rất nhiều loại vật liệu thì trạng thái ngưng tụ exciton lại rất hiếm khi được xác định thực nghiệm. Việc khó quan sát được trạng thái ngưng tụ exciton là do trong hầu hết các vật liệu, thời gian sống của exciton thường rất ngắn so với thăng giáng nhiệt. Cặp điện tử - lỗ trống ở gần nhau rất dễ tái kết hợp để huỷ exciton. Chính vì vậy trạng thái ngưng tụ exciton chủ yếu tồn tại ở các hệ có cấu trúc hai lớp, như giếng lượng tử bán dẫn hai lớp [5], lớp kép graphene hai lớp [6], hay graphene hai lớp [7]. Ở các vật liệu hai lớp này, exciton được tạo thành do ghép cặp của điện tử trên một lớp với lỗ trống ở lớp còn lại dưới tác dụng của lực tương tác tĩnh điện Coulomb giữa chúng. Điện tử và lỗ trống được tạo ra một cách độc lập do áp điện thế ngoài giữa hai lớp, ngăn cách nhau bởi lớp điện môi, vì vậy, exciton tạo thành có thời gian sống lâu hơn so với exciton trong các vật liệu thông thường. Trong các loại vật liệu hai lớp này, cấu trúc graphene hai lớp (DLG) được quan tâm hơn cả, do người ta dễ dàng

thiết lập điện áp ngoài, điều khiển mật độ điện tử và lỗ trống trên mỗi lớp, một tính năng thiết thực trong ứng dụng công nghệ [8]. Một điều chắc chắn rằng, tương tác Coulomb giữa điện tử và lỗ trống quyết định sự hình thành và ngưng tụ exciton trong hệ. Thế tương tác Coulomb này trong cấu trúc DLG là thế tầm xa, phụ thuộc vào đặc tính của lớp điện môi và khoảng cách giữa hai lớp graphene. Giả sử bản chất của lớp điện môi đặt giữa hai tấm graphene là không đổi, trong bài báo này, chúng tôi tập trung khảo sát ảnh hưởng của độ dày lớp điện môi hay khoảng cách giữa hai lớp graphene lên sự hình thành cũng như đặc tính của trạng thái ngưng tụ exciton trong hệ. Bằng gần đúng Hartree-Fock, chúng tôi khảo sát mô hình điện tử hai lớp khi coi điện tử trên mỗi lớp graphene như điện tử dẫn và điện tử hoá trị trong hệ bán kim loại hay bán dẫn. Khi đó, chúng tôi thu được hệ phương trình tự hợp cho phép xác định tham số trật tự trạng thái ngưng tụ exciton. Kết quả tính số vì vậy có thể giải thích một cách chi tiết bức tranh trạng thái ngưng tụ exciton trong cấu trúc DLG khi có sự thay đổi độ dày lớp điện môi hay khoảng cách giữa hai lớp graphene.

Ngoài phần mở đầu, phần còn lại của bài báo được chia làm 3 phần. Trong phần 2, chúng tôi trình bày mô hình lượng tử mô tả hệ điện tử, lỗ trống trong hệ DLG. Những tính toán giải tích áp dụng gần đúng Hartree-Fock cho mô hình này cũng được trình bày. Phần 3 thảo luận những kết quả tính số. Cuối cùng, phần 4 nêu kết luận cũng như đề xuất của bài báo.

2. Mô hình và gần đúng Hartree-Fock

Để mô tả hệ điện tử, lỗ trống trong cấu trúc DLG, chúng tôi giới hạn hệ trong gần đúng năng lượng thấp. Khi điện áp ngoài được đặt vào hai lớp của hệ, một lớp mang điện âm, tương ứng với thừa điện tử, lớp còn lại mang điện dương, thừa lỗ trống. Khi đó ta chỉ quan

tâm tới mức năng lượng thấp của điện tử và lỗ trống mà bỏ qua các mức với năng lượng xa mức Fermi. Vì vậy, hệ điện tử lỗ trống có thể mô tả bằng mô hình điện tử hai mức năng lượng. Để đơn giản trong biểu diễn, chúng tôi sử dụng biểu diễn điện tử hóa trị, thay cho lỗ trống ở lớp graphene tích điện dương. Mô hình điện tử cho hệ DLG trong không gian xung lượng vì thế có thể viết dưới dạng Hamiltonian như sau:

$$H = \sum_k \varepsilon_k^+ a_k^\dagger a_k + \sum_k \varepsilon_k^- b_k^\dagger b_k + \frac{1}{N} \sum_{k_1, k_2, q} U_{k_1, k_2, q} a_{k_1+q}^\dagger a_{k_1} b_{k_2-q}^\dagger b_{k_2}, \quad (1)$$

trong đó a_k^\dagger (a_k) và b_k^\dagger (b_k) lần lượt là các toán tử sinh (huỷ) điện tử trên lớp mang điện âm và lớp mang điện dương ứng với xung lượng k , ứng với các hệ thức tán sắc trong gần đúng liên kết chặt

$$\varepsilon_k^\pm = \pm \gamma_0 \times \sqrt{1 + 4 \cos^2 \frac{k_y}{2} + 4 \cos \frac{k_y}{2} \cos \frac{\sqrt{3}k_x}{2} \mp \mu},$$

với γ_0 là tích phân nhảy nút và μ là thế hoá. Thế hoá μ phụ thuộc vào điện thế V_g áp vào hệ, $\mu = V_g/2 - E_x e d/2$, với E_x là cường độ điện trường ngoài, e là điện tích của điện tử, và d là khoảng cách giữa hai lớp graphene hay độ dày của lớp điện môi đặt giữa hai lớp. Như vậy, hai số hạng đầu của Hamiltonian mô tả hệ điện tử không tương tác. Số hạng cuối biểu diễn tương tác Coulomb giữa hai điện tử ở hai lớp khác nhau. Đây là tương tác tầm xa, nếu gọi ϵ là hằng số điện môi của lớp ngăn giữa hai tấm graphene, thế tương tác có thể viết dưới dạng

$$U_{k_1, k_2, q} = \frac{2\pi e^2 \epsilon^{-dq}}{\epsilon |q|} \cos \frac{\phi_1}{2} \cos \frac{\phi_2}{2}.$$

Ở đây, $\phi_i = \theta_{k_i} - \theta_{k_i+q}$ là góc tán xạ với $\theta_k = \text{atan}(k_y/k_x)$. Như vậy, ngoài góc tán xạ, thế tương tác phụ thuộc mạnh vào độ dày lớp điện môi. Chú ý rằng, Hamiltonian (1) được viết khi đã bỏ qua hệ số suy biến spin.

Để khảo sát mô hình viết ở Hamiltonian (1), chúng tôi sử dụng gần đúng Hartree-Fock. Phương pháp này cho phép chúng ta gần đúng biểu diễn tích của bốn toán tử thành các tích của hai toán tử khi bỏ qua đóng góp của thăng giáng. Hơn nữa, phương pháp này tỏ ra hữu hiệu khi mô tả sự phá vỡ đối xứng khi hệ tồn tại ở trạng thái trật tự. Kết quả vì vậy có thể mô tả tốt ít nhất về mặt định tính các trạng thái trật tự. Giả thiết hệ DLG có thể tồn tại trạng thái ngưng tụ exciton, tương ứng với sự tồn tại tham số đặc trưng cho sự ghép cặp giữa các điện tử ở hai lớp, khi đó ta thu được Hamiltonian hiệu dụng.

$$H_{\text{eff}} = \sum_k [\varepsilon_k^+ a_k^\dagger a_k + \varepsilon_k^- b_k^\dagger b_k + (\Delta_k a_k^\dagger b_k + \text{H.c.})],$$

với

$$\Delta_k = - \frac{2\pi e^2}{\epsilon N} \sum_q \frac{e^{-dq}}{|q|} \times \frac{1 + \cos(\theta_k - \theta_{k+q})}{2} \delta_{k+q}, \quad (2)$$

trong đó $\delta_{k+q} = \langle a_{k+q}^\dagger b_{k+q} \rangle$ đặc trưng cho mật độ cặp điện tử-lỗ trống hay mật độ exciton. Số hạng thứ ba trong H_{eff} vì vậy mô tả sự lai hoá giữa các điện tử ở các lớp graphene khác nhau, thể hiện sự phá vỡ đối xứng tự phát của hệ khi ở trạng thái ngưng tụ exciton. Tham số Δ_k hay δ_{k+q} là những đại lượng đặc trưng cho tham số trật tự trạng thái ngưng tụ. H_{eff} có dạng toàn phương của các toán tử sinh, huỷ, vì vậy có thể chéo hoá bằng phương pháp Bogoliubov, khi định nghĩa các toán tử fermion mới

$$\alpha_k^\dagger = u_k a_k^\dagger + v_k b_k^\dagger, \beta_k^\dagger = -v_k a_k^\dagger + u_k b_k^\dagger.$$

Ở đây, u_k và v_k là các hệ số, thỏa mãn

$$u_k = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \text{sgn}(\varepsilon_k^+ - \varepsilon_k^-) \frac{\varepsilon_k^+ - \varepsilon_k^-}{\Gamma_k}},$$

$$v_k = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \text{sgn}(\varepsilon_k^+ - \varepsilon_k^-) \frac{\varepsilon_k^+ - \varepsilon_k^-}{\Gamma_k}},$$

với

$$\Gamma_k = \sqrt{(\varepsilon_k^+ - \varepsilon_k^-)^2 + 4|\Delta_k|^2}.$$

Và ta thu được Hamiltonian dạng chéo

$$H_{\text{di}\varepsilon} = \sum_k [E_k^\alpha \alpha_k^\dagger \alpha_k + E_k^\beta \beta_k^\dagger \beta_k],$$

với các năng lượng chuẩn hạt

$$E_k^\alpha = \frac{\varepsilon_k^+ + \varepsilon_k^-}{2} - \frac{\text{sgn}(\varepsilon_k^+ - \varepsilon_k^-)}{2} \Gamma_k,$$

$$E_k^\beta = \frac{\varepsilon_k^+ + \varepsilon_k^-}{2} + \frac{\text{sgn}(\varepsilon_k^+ - \varepsilon_k^-)}{2} \Gamma_k.$$

Từ dạng chéo của Hamiltonian, ta dễ dàng xác định được mật độ exciton phụ thuộc xung lượng

$$\delta_k = - \left[f^F(E_k^\alpha) - f^F(E_k^\beta) \right] \text{sgn}(\varepsilon_k^+ - \varepsilon_k^-) - \varepsilon_k^- \frac{\Delta_k}{\Gamma_k}, \quad (3)$$

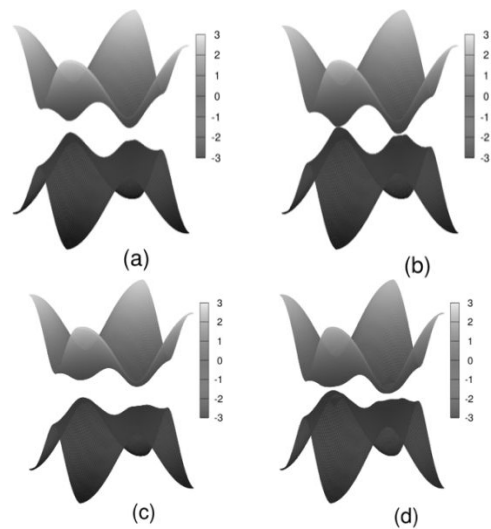
trong đó $f^F(E_k^\alpha) = 1/(1 + e^{E_k^\alpha/T})$ là hàm phân bố Fermi-Dirac với T là nhiệt độ.

Từ các phương trình (2&3) ta có thể xác định tham số trật tự trạng thái ngưng tụ exciton một cách tự hợp, kết quả tính số hệ phương trình này được trình bày ở phần tiếp theo.

3. Kết quả tính số và thảo luận

Trong phần này, chúng tôi trình bày kết quả tính số giải hệ phương trình (2&3) một cách tự hợp. Bắt đầu bằng một giá trị bất kỳ khác 0 của mật độ exciton δ_k , từ phương trình (2) ta thu

được giá trị của khe năng lượng Δ_k . Khi đó Hamiltonian được chéo hoá và các năng lượng trạng thái giả hạt $E_k^{\alpha/\beta}$ cũng như các hệ số u_k, v_k được xác định, từ đó giá trị của mật độ exciton được xác định lại theo phương trình (3). Giá trị này lại được sử dụng cho phương trình (2) ở vòng lặp tiếp theo. Quá trình giải hệ phương trình tự hợp kết thúc nếu sự sai khác của δ_k giữa hai vòng lặp liên tiếp đủ nhỏ, thường nhỏ hơn 10-8. Trong kết quả dưới đây, chúng tôi giữ nguyên bản chất của lớp điện môi ở giữa hai lớp graphene. Không mất tính tổng quát, chúng tôi chọn hằng số điện môi $\varepsilon = 4$, phù hợp với chất điện môi thông dụng SiO2 [9], $\gamma_0 = 1$ và $a=1$ được chọn làm đơn vị năng lượng và đơn vị độ dài trong các tính toán dưới đây. Không gian xung lượng được giới hạn bởi hai vectơ $b_1=(2\pi/3)(1,\sqrt{3})$ và $b_2=(2\pi/3)(1,-\sqrt{3})$. Trong bài báo này, chúng tôi chỉ xét nhiệt độ $T=0$, hay thăng giáng nhiệt được bỏ qua. Ảnh hưởng của thăng giáng nhiệt lên trạng thái ngưng tụ exciton sẽ được khảo sát trong các công trình tiếp theo.

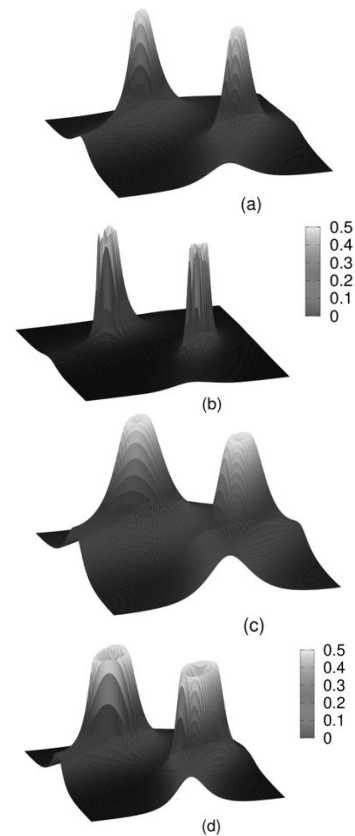


Hình 1: Cấu trúc vùng năng lượng trạng thái giả hạt của hệ điện tử lỗ trống trong vùng Brillouin thứ nhất giới hạn theo các vectơ b_1 và b_2 ở nhiệt độ $T=0$ cho trường hợp $E_x=0.5, d=0.5$ (a); $E_x = 0.5, d=1$ (b); $E_x = 1, d=0.5$ (c); và $E_x = 1, d=1$ (d).

Để hiểu rõ ảnh hưởng của độ dày lớp điện môi lên sự hình thành trạng thái ngưng tụ

exciton trong cấu trúc DLG, trước hết chúng tôi khảo sát bức tranh năng lượng trạng thái giả hạt của hệ khi hệ ở trạng thái ngưng tụ exciton.

Hình 1 mô tả các năng lượng giả hạt $E_k^{\alpha/\beta}$ của hệ ở nhiệt độ $T=0$ cho hai trường hợp của điện trường ngoài $E_x=0.5$ (hàng trên) và $E_x=1$ (hàng dưới) khi độ dày của lớp điện môi lần lượt là $d=0.5$ (bên trái) và $d=1$ (bên phải). Ta nhận thấy, ở nhiệt độ $T=0$, với thế Coulomb đủ lớn, khi có một điện thế đặt vào giữa hai lớp graphene, cấu trúc vùng năng lượng của hệ tồn tại tại khe năng lượng tại mức Fermi. Điều này khẳng định hệ ở trạng thái ngưng tụ exciton do sự ghép cặp của điện tử dẫn ở lớp trên với điện tử hoá trị ở lớp dưới. Khi điện trường ngoài nhỏ [Hình 1 (a&b)], thế hoá μ nhỏ hay hai dải dẫn và hoá trị xen phủ nhau ít dẫn tới mật độ điện tử và lỗ trống nhỏ, xác suất ghép cặp hình thành exciton vì vậy cũng thấp. Kết quả trạng thái ngưng tụ exciton có thể hình thành nhưng ta nhận thấy khe năng lượng nhỏ so với trường hợp điện trường ngoài lớn hơn [Hình 1 (c&d)]. Điều đó cho thấy việc tăng điện trường ngoài làm tăng sự xen phủ của dải dẫn và dải hoá trị, dẫn tới xác suất ghép cặp điện tử lỗ trống hay exciton lớn hơn, trạng thái ngưng tụ exciton vì vậy ổn định hơn. Ứng với một giá trị xác định đủ lớn của cường độ điện trường ngoài, Hình 1 cho ta thấy, khi tăng khoảng cách d , khe năng lượng của trạng thái giả hạt giảm mạnh. Điều này là do khi tăng khoảng cách giữa hai lớp graphene hay độ dày lớp điện môi làm giảm giá trị của cường độ tương tác Coulomb, một đại lượng quyết định sự ghép cặp của điện tử và lỗ trống. Tuy nhiên, việc tăng d và giữ nguyên E_x làm tăng thế hoá μ hay tăng mức độ xen phủ giữa dải hoá trị và dải dẫn. Chính vì vậy, ảnh hưởng của độ dày lớp điện môi giữa hai lớp graphene lên bức tranh ngưng tụ exciton trong cấu trúc DLG có nhiều điểm thú vị, mà chúng tôi sẽ khảo sát sau.



Hình 2: Mật độ exciton phụ thuộc vào xung lượng δk trong vùng Brillouin thứ nhất giới hạn theo các vectơ b_1 và b_2 ở nhiệt độ $T=0$ cho các trường hợp $E_x=0.5$, $d=0.5$ (a); $E_x=0.5$, $d=1$ (b); $E_x=1$, $d=0.5$ (c); và $E_x=1$, $d=1$ (d).

Hình 2 mô tả sự phụ thuộc vào xung lượng của mật độ exciton δk tương ứng với các trường hợp đã thảo luận trong các hình ở Hình 1. Chú ý rằng, δk cũng đóng vai trò của tham số trật tự trạng thái ngưng tụ exciton. Từ hình vẽ ta nhận thấy khi điện trường ngoài nhỏ, chỉ một phần nhỏ dải năng lượng của dải dẫn và dải hoá trị xen phủ nhau xung quanh điểm Dirac K và K' , do vậy chỉ những điện tử và lỗ trống có xung lượng xung quanh các điểm này mới đóng góp vào quá trình ghép cặp. Sự phân bố cặp điện tử-lỗ trống, vì vậy, tập trung rất ít xung quanh mức Fermi [xem Hình 2 (a&b)]. Tuy nhiên, khi tăng điện trường ngoài, mức độ xen phủ hai dải năng lượng tăng lên, vùng xung lượng mà tại đó các điện tử và lỗ trống ghép cặp được mở rộng. Sự phân bố của δk rộng hơn [Hình 2 (c&d)]. Chú ý rằng, trong tất cả các trường hợp, δk xuất hiện đỉnh tại mức Fermi, thể hiện sự vai trò quan trọng của mật Fermi trong việc hình thành cặp điện tử và lỗ trống.

Exciton vì vậy ngưng tụ ở dạng BCS, tương tự như trạng thái siêu lỏng của cặp Cooper trong lý thuyết BCS. Càng tăng điện trường ngoài, xung lượng Fermi càng xa điểm Dirac, và ta càng dễ quan sát vị trí đỉnh của hàm phân bố mật độ exciton δk .

4. Kết luận

Bằng việc áp dụng gần đúng Hartree-Fock cho mô hình hai dải năng lượng mô tả hệ điện tử trên một lớp và lỗ trống ở lớp còn lại khi tính tới cả lực tương tác Coulomb giữa chúng, ảnh hưởng của độ dày lớp điện môi giữa hai lớp graphene lên trạng thái ngưng tụ exciton trong cấu trúc graphene hai lớp đã được khảo sát. Khi bỏ qua những đóng góp của thăng giáng, chúng tôi đã thu được hệ phương trình tự hợp, cho phép xác định tham số trật tự trạng thái ngưng tụ exciton. Ở nhiệt độ $T=0$, kết quả tính số hệ phương trình tự hợp đã chỉ ra rằng ở một giá trị xác định của điện trường ngoài, hệ có thể tồn tại trạng thái ngưng tụ exciton, thể hiện ở sự xuất hiện khe năng lượng tại mức Fermi của cấu trúc năng lượng giả hạt. Tăng điện trường ngoài làm tăng sự xen phủ giữa dải dẫn và dải hoá trị dẫn tới tăng cường khả năng ghép cặp của điện tử và lỗ trống, khe năng lượng tăng, thể hiện sự ổn định của trạng thái ngưng tụ exciton. Điều này cũng dẫn tới việc trải rộng sự phân bố của mật độ cặp điện tử-lỗ trống trong không gian xung lượng. Tăng độ dày của lớp điện môi giữa hai lớp graphene, cường độ tương tác Coulomb giảm làm hẹp khe năng lượng. Kết quả tham số trật tự trạng thái ngưng tụ exciton cũng bị giảm bớt đặc biệt với các cặp exciton ứng với các xung lượng xa xung lượng Fermi. Trong các trường hợp này, giá trị tham

số trật tự đều lớn nhất tại xung lượng Fermi hay chỉ những cặp điện tử-lỗ trống gần mức Fermi mới đóng vai trò ghép cặp. Trạng thái ngưng tụ exciton trong trường hợp này, vì vậy, có dạng BCS. Trong cấu trúc graphene hai lớp, tăng độ dày d một mặt giảm lực Coulomb giữa điện tử và lỗ trống, một mặt lại tăng cường xen phủ giữa dải hoá trị và dải dẫn. Điều này có thể dẫn tới sự phức tạp trong bức tranh ngưng tụ exciton. Trong các công trình tới, chúng tôi sẽ khảo sát chi tiết hơn tính chất này trong cấu trúc graphene hai lớp.

Lời cảm ơn Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 103.01-2019.306.

Tài liệu tham khảo

- [1] N. F. Mott, *Philos. Mag.* **6** (1961) 287.
- [2] R. Knox, in: F. Seitz, D. Turnbull (Eds.), *Solid State Physics*, Academic Press, New York, 1963, p. Suppl. 5 p. 100.
- [3] S. A. Moskalenko, D. W. Snoke, *Bose-Einstein Condensation of Excitons and Biexcitons* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).
- [4] D. Jérôme, T. M. Rice, W. Kohn, *Phys. Rev.* **158** (1967) 462.
- [5] J. P. Eisenstein, A. H. MacDonald, *Nature* **432** (2004) 691.
- [6] X. Liu, K. Watanabe, T. Taniguchi, B. I. Halperin, P. Kim, *Nat. Phys.* **13** (2017) 746.
- [7] J. I. A. Li, Q. Shi, Y. Zeng, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Hone, C. R. Dean, *Nat. Phys.* **15** (2019) 898.
- [8] T. Ohta, A. Bostwick, T. Seyller, K. Horn, E. Rotenberg, *Science* **313** (2006) 951.
- [9] Y. E. Lozovik, A. A. Sokolik, *JETP Lett.* **87** (2008) 55.