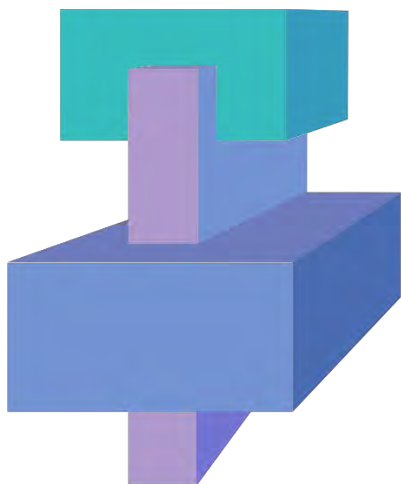


OMEGA SCIENCE

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЦЕНТР
ИННОВАЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ISSN 2541-8084

4-1/2023



НАУЧНЫЙ
ЭЛЕКТРОННЫЙ ЖУРНАЛ
МАТРИЦА
НАУЧНОГО
ПОЗНАНИЯ

НАУЧНЫЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ЖУРНАЛ «МАТРИЦА НАУЧНОГО ПОЗНАНИЯ»

ISSN 2541-8084

Учредитель

Общество с ограниченной ответственностью «Омега сайнс»

Размещение журнала в Научной электронной библиотеке elibrary.ru
по договору №153-03/2015

Главный редактор

Сукиасян Асатур Альбертович, к.э.н.

Редакционный совет

Абидова Гулмира Шухратовна, д.т.н.
Авазов Сардоржон Эркин угли, д. с.-х.н.
Агафонов Юрий Алексеевич, д.м.н.
Алейникова Елена Владимировна, д. гос. упр.
Алиев Закир Гусейн оглы, д. фил. агр.н.
Бабаян Анжела Владиславовна, д.пед.н.
Баишева Зилия Вагизовна, д.фил.н.
Байгузина Люза Закиевна, к.э.н.
Булатова Айсылу Ильдаровна, к.соц.н.
Бурак Леонид Чеславович, к.т.н.
Ванесян Ашот Саркисович, д.м.н.
Васильев Федор Петрович, д.ю.н., член РАЮН
Вельчинская Елена Васильевна, д.фарм.н.
Виневская Анна Вячеславовна, к.п.н.
Габрусь Андрей Александрович, к.э.н.
Галимова Гузалия Абкадировна, к.э.н.
Гетманская Елена Валентиновна, д.п.н.
Гимранова Гузель Хамидулловна, к.э.н.
Григорьев Михаил Федосеевич, к.сх.н.
Грузинская Екатерина Игоревна, к.ю.н.
Гулиев Игбал Адилевич, к.э.н.
Датий Алексей Васильевич, д.м.н.
Долгов Дмитрий Иванович, к.э.н.
Дусматов Абдурахим Дусматович, к.т.н.
Ежкова Нина Сергеевна, д.п.н.
Екшикеев Тагер Кадырович, к.э.н.
Епхиева Марина Константиновна, к.п.н.
Ефременко Евгений Сергеевич, к.м.н.
Закиров Мунавир Закиевич, к.т.н.
Зарипов Хусан Баходирович, PhD
Иванова Нионила Ивановна, д.сх.н.
Калужина Светлана Анатольевна, д.х.н.
Касимова Дилара Фаритовна, к.э.н.
Киракосян Сусана Арсеновна, к.ю.н.
Киржимбаева Жумагуль Слямбековна, д.вет.н.
Кленина Елена Анатольевна, к.ф.н.
Козлов Юрий Павлович, д.б.н., засл. эколог РФ
Куликова Татьяна Ивановна, к.псих.н.
Курбанаева Лилия Хамматовна, к.э.н.

Курманова Лилия Рашидовна, д.э.н.
Ларионов Максим Викторович, д.б.н.
Кондрашихин Андрей Борисович, д.э.н.
Копошкова Ольга Михайловна, д.м.н.
Малышкина Елена Владимировна, к.и.н.
Маркова Надежда Григорьевна, д.п.н.
Мещерякова Алла Брониславовна, к.э.н.
Мухамедеева Зинфира Фанисовна, к.с.н.
Мухамедова Гулчехра Рихсибаевна, к.п.н.
Набиев Тухтамурод Сахобович, д.т.н.
Нурдавлятова Эльвира Фанисовна, к.э.н.
Песков Аркадий Евгеньевич, к.полит.н.
Половения Сергей Иванович, к.т.н.
Пономарева Лариса Николаевна, к.э.н.
Почивалов Александр Владимирович, д.м.н.
Прошин Иван Александрович, д.т.н.
Саттарова Рано Кадыровна, к.б.н.
Сафина Зилия Забировна, к.э.н.
Симонович Надежда Николаевна, к.псих.н.
Симонович Николай Евгеньевич, д.псих.н., академик РАЕН
Сирик Марина Сергеевна, к.ю.н.
Смирнов Павел Геннадьевич, к.п.н.
Старцев Андрей Васильевич, д.т.н.
Танаева Замфира Рафисовна, д.пед.н.
Терзиев Венелин Кръстев, д.э.н., д.воен.н., член-корр. РАЕ
Умаров Бехзод Тургунпулатович, д.т.н.
Хайров Расим Золимхон углы, д.фил.пед.н.
Хамзаев Иномжон Хамзаевич, к.т.н.
Хасанов Сайдинаби Сайдивалиевич, д.сх.н.
Чернышев Андрей Валентинович, д.э.н.
Чиладзе Георгий Бидзинович, д.э.н., д.ю.н., член-корр. РАЕ
Шилкина Елена Леонидовна, д.с.н.
Шкирмонтов Александр Прокопьевич, д.т.н., член-корр. РАЕ
Шляхов Станислав Михайлович, д.ф.-м.н.
Шошин Сергей Владимирович, к.ю.н.
Юсупов Рахимьян Галимьянович, д.и.н.
Яковишина Татьяна Федоровна, д.т.н.
Янгиров Азат Вазирович, д.э.н.
Яруллин Рауль Рафаэлович, д.э.н., член-корр. РАЕ

Цена свободная. Распространяется по подписке.

Все статьи проходят рецензирование (экспертную оценку). Точка зрения редакции не всегда совпадает с точкой зрения авторов публикуемых статей.

Авторы статей несут полную ответственность за содержание статей и за сам факт их публикации. Учредитель, издатель и редакция не несут ответственности перед авторами и/или третьими лицами и/или организациями за возможный ущерб, вызванный публикацией статьи.

При использовании и заимствовании материалов ссылка обязательна

Учредитель, издатель и редакция

научного электронного журнала «Матрица научного познания»:

450057, г. Уфа, ул. Пушкина 120 | Телефон: +7 347 266 60 68

Web: <https://os-russia.com> | E-mail: mail@os-russia.com

Верстка: Мартиросян О. В. | Редактор/корректор: Некрасова Е.В.

Подписано для публикации на сайте 18.04.2023 г.

Формат 60x84/8. Усл. печ. л. 57.40. Объем: 9,52 Мб.

СОДЕРЖАНИЕ**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

Thuy B.T. CALCULATING LINEAR VIBRATION OF MAXWELL SYSTEM USING NEWMARK METHOD	11
Баглюк И.С., Суханов А.В., Анпилов П.А. ПРАКТИЧЕСКАЯ ОТРАБОТКА ГЛОБАЛЬНОЙ КЛИМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ SOCOL НА ПУСКАХ РН С КОСМОДРОМА ПЛЕСЕЦК	19
Белозерских В.А. ПРАВИЛО КРАМЕРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ	32
Воловичева Д.В. МЕТОДЫ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЁРТОЙ СТЕПЕНИ	36
Гибадуллин А.А. ВЕЗДЕСУЩАЯ ЭНЕРГИЯ, ЕЕ СВЯЗЬ СО ВРЕМЕНЕМ И ТРОЙНАЯ АСТРОНОМИЯ: ФОТОННАЯ, НЕЙТРИННАЯ И ГРАВИТОННАЯ	42
Зуева К.Н., Цариченко И.Н. СВОЙСТВА ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ	45
Мохов Н.Д., Ковалев Н.А. РАЦИОНАЛЬНЫЕ КОРНИ МНОГОЧЛЕНОВ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ	53

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Гибадуллин А.А. ЭВОЛЮЦИЯ ГИБРИДНОГО ИНТЕЛЛЕКТА НА ОСНОВЕ ОБЪЕКТНОГО И ТЕХНИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ	62
--	----

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Анпилов П.А., Лупандин Р.А. ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ВНЕДРЕНИЮ СУЩЕСТВУЮЩИХ СИСТЕМ ОПОВЕЩЕНИЯ ВОДИТЕЛЯ О ПРИБЛИЖЕНИИ К ПРЕПЯТСТВИЮ В ТЕХНИЧЕСКИЙ ОБЛИК МНОГООСНОГО КОЛЕСНОГО ШАССИ 79221	67
Бродягина А.А. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ В ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ	81
Добриденев А.М., Багров С.А., Комаров Д.Н. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СИСТЕМ СВЯЗИ СОВРЕМЕННЫХ РАКЕТНЫХ КОМПЛЕКСОВ ЗА СЧЕТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОЙ СВЯЗИ	91

УДК 531**Bui Thi Thuy**

Doctor at Hanoi University of Mining and Geology, Vietnam

CALCULATING LINEAR VIBRATION OF MAXWELL SYSTEM USING NEWMARK METHOD**Abstract**

This paper presents the numerical method for dynamic calculation of third order systems. A numerical algorithm is developed on base of the well-known Newmark integration method to calculate dynamic response of third order systems. Then, we apply this method to calculate linear vibration of Maxwell viscoelastic system.

Keywords

Viscoelastic, third order, dynamic, Newmark, linear vibration.

1. Introduction

In 1959 Newmark presented a family of single-step integration methods for the solution of structural dynamic problems [1, 2]. During the past time Newmark's method has been applied to the dynamic analysis of many practical engineering structures [3]. It has been modified and improved by many other researchers such as Wilson, Hilber, Hughes and Taylor... However, these methods are only used for the system of second order equations.

Many vibration problems in engineering lead the system of differential equations of third order. In this paper we present the establishing and using Newmark integration method for calculating vibration of third order system.

2. The Newmark method for the third order systems

The Newmark method is a single-step integration formula. The state vector of the system at a time $t_{n+1} = t_n + h$ is deduced from the already-known state vector at time t_n through a Taylor expansion of the displacements, velocities and accelerations

$$f(t_n + h) = f(t_n) + hf'(t_n) + \frac{h^2}{2!} \ddot{f}(t_n) + \dots + \frac{h^s}{s!} f^{(s)}(t_n) + R_s, \quad (1)$$

where R_s is the remainder of the development to the order s

$$R_s = \frac{1}{s!} \int_{t_n}^{t_n+h} f^{(s+1)}(\tau) [t_n + h - \tau]^s d\tau. \quad (2)$$

Relation (1) allows us to compute the accelerations, velocities and displacements of a system at time t_{n+1}

$$\ddot{q}_{n+1} = \ddot{q}_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \ddot{q}(\tau) d\tau, \quad (3)$$

$$\dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + h\ddot{q}_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} (t_{n+1} - \tau) \ddot{q}(\tau) d\tau, \quad (4)$$

$$q_{n+1} = q_n + h\dot{q}_n + \frac{h^2}{2} \ddot{q}_n + \frac{1}{2} \int_{t_n}^{t_{n+1}} (t_{n+1} - \tau)^2 \ddot{q}(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Let us express $\ddot{q}(\tau)$ in the time interval $[t_n, t_{n+1}]$ as a function of $\ddot{q}_n, \ddot{q}_{n+1}$ at the interval limits

$$\begin{aligned} \ddot{q}_n &= \ddot{q}(\tau) + q^{(4)}(\tau)(t_n - \tau) + q^{(5)}(\tau) \frac{(t_n - \tau)^2}{2} + \dots \\ \ddot{q}_{n+1} &= \ddot{q}(\tau) + q^{(4)}(\tau)(t_{n+1} - \tau) + q^{(5)}(\tau) \frac{(t_{n+1} - \tau)^2}{2} + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

By multiplying the first equation of (6) by $(1-\alpha)$, the second equation by α and adding two equations then, we obtain

$$\ddot{q}(\tau) = (1-\alpha)\ddot{q}_n + \alpha\ddot{q}_{n+1} + q^{(4)}(\tau)[\tau - \alpha h - t_n] + O(h^2 q^{(5)}). \quad (7)$$

Likewise, multiplying equations (6) by $(1-2\gamma), 2\gamma$ and by $(1-6\beta), 6\beta$ yields

$$\ddot{q}(\tau) = (1-2\gamma)\ddot{q}_n + 2\gamma\ddot{q}_{n+1} + q^{(4)}(\tau)[\tau - 2\gamma h - t_n] + O(h^2 q^{(5)}). \quad (8)$$

$$\ddot{q}(\tau) = (1-6\beta)\ddot{q}_n + 6\beta\ddot{q}_{n+1} + q^{(4)}(\tau)[\tau - 6\beta h - t_n] + O(h^2 q^{(5)}). \quad (9)$$

Hence, by substituting (7), (8) and (9) in the integral terms of (3), (4) and (5), we obtain the quadrature formulas

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \ddot{\mathbf{q}}(\tau) d\tau = (1-\alpha)h\ddot{\mathbf{q}}_n + \alpha h\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} + \mathbf{r}_n, \quad (10)$$

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} (t_{n+1} - \tau)\ddot{\mathbf{q}}(\tau) d\tau = \left(\frac{1}{2} - \gamma\right)h^2\ddot{\mathbf{q}}_n + \gamma h^2\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} + \mathbf{r}'_n, \quad (11)$$

$$\frac{1}{2} \int_{t_n}^{t_{n+1}} (t_{n+1} - \tau)^2 \ddot{\mathbf{q}}(\tau) d\tau = \left(\frac{1}{6} - \beta\right)h^3\ddot{\mathbf{q}}_n + \beta h^3\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} + \mathbf{r}''_n, \quad (12)$$

The corresponding error measure

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_n &= \left(\alpha - \frac{1}{2}\right)h^2\mathbf{q}^{(4)}(\tilde{\tau}) + O(h^3\mathbf{q}^{(5)}), \\ \mathbf{r}'_n &= \left(\gamma - \frac{1}{6}\right)h^3\mathbf{q}^{(4)}(\tilde{\tau}) + O(h^4\mathbf{q}^{(5)}), \quad t_n < \tilde{\tau} < t_{n+1} \\ \mathbf{r}''_n &= \left(\beta - \frac{1}{24}\right)h^4\mathbf{q}^{(4)}(\tilde{\tau}) + O(h^5\mathbf{q}^{(5)}). \end{aligned} \quad (13)$$

The constants α, γ and β are parameters associated with the quadrature scheme.

Choosing values $\alpha = \frac{1}{2}, \gamma = \frac{1}{6}, \beta = \frac{1}{24}$ leads to linear interpolation of $\ddot{\mathbf{q}}(\tau)$

$$\ddot{\mathbf{q}}(\tau) = \ddot{\mathbf{q}}_n + (\tau - t_n) \frac{\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} - \ddot{\mathbf{q}}_n}{h},$$

If we choose $\alpha = \frac{1}{2}, \gamma = \frac{1}{4}, \beta = \frac{1}{12}$, we obtain the average value of $\ddot{\mathbf{q}}(\tau)$ over the time interval $[t_n, t_{n+1}]$

$$\ddot{\mathbf{q}}(\tau) = \frac{\ddot{\mathbf{q}}_n + \ddot{\mathbf{q}}_{n+1}}{2}.$$

By substituting integrals (10), (11) and (12) into equations (3), (4) and (5), we get the approximation formulas of displacements, velocities and accelerations of system at time t_{n+1}

$$\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} = \ddot{\mathbf{q}}_n + (1-\alpha)h\ddot{\mathbf{q}}_n + \alpha h\ddot{\mathbf{q}}_{n+1}, \quad (14)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{n+1} = \dot{\mathbf{q}}_n + h\ddot{\mathbf{q}}_n + \left(\frac{1}{2} - \gamma\right)h^2\ddot{\mathbf{q}}_n + \gamma h^2\ddot{\mathbf{q}}_{n+1}, \quad (15)$$

$$\mathbf{q}_{n+1} = \mathbf{q}_n + h\dot{\mathbf{q}}_n + \frac{h^2}{2}\ddot{\mathbf{q}}_n + \left(\frac{1}{6} - \beta\right)h^3\ddot{\mathbf{q}}_n + \beta h^3\ddot{\mathbf{q}}_{n+1}. \quad (16)$$

Thus, we have established the approximation formulas (14), (15), (16) to approach solving the system of third order differential equations.

Let us then assume that the equations of dynamics

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}(t), \quad (17)$$

are linear, i.e., that matrices \mathbf{M} , \mathbf{B} , \mathbf{C} and \mathbf{K} are independent of \mathbf{q} , and let us introduce the numerical scheme (14), (15) and (16) in the equations of motion at time t_{n+1} so as to compute $\ddot{\mathbf{q}}_{n+1}$

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{M} + \alpha h \mathbf{B} + \gamma h^2 \mathbf{C} + \beta h^3 \mathbf{K} \right] \ddot{\mathbf{q}}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1} - \mathbf{B} \left[\dot{\mathbf{q}}_n + (1 - \alpha) h \ddot{\mathbf{q}}_n \right] \\ & - \mathbf{C} \left[\mathbf{q}_n + h \dot{\mathbf{q}}_n + \left(\frac{1}{2} - \gamma \right) h^2 \ddot{\mathbf{q}}_n \right] - \mathbf{K} \left[\mathbf{q}_n + h \dot{\mathbf{q}}_n + \frac{h^2}{2} \ddot{\mathbf{q}}_n + \left(\frac{1}{6} - \beta \right) h^3 \ddot{\mathbf{q}}_n \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

By solving a system of linear equations (18) we obtain $\ddot{\mathbf{q}}_{n+1}$. Then, by using Newmark formulas (14), (15) and (16) we get accelerations, velocities and displacements $\ddot{\mathbf{q}}_{n+1}$, $\dot{\mathbf{q}}_{n+1}$ and \mathbf{q}_{n+1} . We determine the initial conditions of $\ddot{\mathbf{q}}(t_0)$ from the given values of $\mathbf{q}(t_0)$, $\dot{\mathbf{q}}(t_0)$ and $\ddot{\mathbf{q}}(t_0)$

$$\ddot{\mathbf{q}}(t_0) = \mathbf{M}^{-1} \left[\mathbf{f}(t_0) - \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t_0) - \mathbf{C}\mathbf{q}(t_0) - \mathbf{K}\mathbf{q}(t_0) \right]. \quad (19)$$

Let us assume that the non-linear dynamic equations of third order systems have the following form

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{k}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = \mathbf{f}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}), \quad (20)$$

We have $\ddot{\mathbf{q}}_{n+1}$ from equation (16)

$$\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{1}{\beta h^3} (\mathbf{q}_{n+1} - \mathbf{q}_n) - \frac{1}{\beta h^2} \dot{\mathbf{q}}_n - \frac{1}{2\beta h} \ddot{\mathbf{q}}_n - \left(\frac{1}{6\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{q}}_n, \quad (21)$$

By substituting (21) into equations (14) and (15), we obtain

$$\dot{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{\gamma}{\beta h} (\mathbf{q}_{n+1} - \mathbf{q}_n) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{\mathbf{q}}_n + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) h \ddot{\mathbf{q}}_n + \left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{6\beta} \right) h^2 \ddot{\mathbf{q}}_n, \quad (22)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_{n+1} = \frac{\alpha}{\beta h^2} (\mathbf{q}_{n+1} - \mathbf{q}_n) - \frac{\alpha}{\beta h} \dot{\mathbf{q}}_n + \left(1 - \frac{\alpha}{2\beta} \right) \ddot{\mathbf{q}}_n + \left(1 - \frac{\alpha}{6\beta} \right) h \ddot{\mathbf{q}}_n. \quad (23)$$

We realize that $\ddot{\mathbf{q}}_{n+1}$, $\dot{\mathbf{q}}_{n+1}$, \mathbf{q}_{n+1} are represented by \mathbf{q}_{n+1} and the known values of

$q_n, \dot{q}_n, \ddot{q}_n, \ddot{q}_n$. By substituting $\ddot{q}_{n+1}, \dot{q}_{n+1}, q_{n+1}$ into (20), we obtain the system of non-linear algebraic equations with unknown q_{n+1} . We have values of q_{n+1} through the iteration method Newton. Then, from equations (21), (22) and (23) we determine values of $\dot{q}_{n+1}, \ddot{q}_{n+1}$ and \ddot{q}_{n+1} with the initial conditions of $\ddot{q}(t_0)$ derived from the equations of dynamics (20)

$$\ddot{q}_0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}_0) [f(t_0, \mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0, \ddot{\mathbf{q}}_0) - \mathbf{k}(t_0, \mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0, \ddot{\mathbf{q}}_0)]. \quad (24)$$

3. Calculating linear vibrations of maxwell systems

3.1. Equation of motion

According Newton's second law of motion, we have motion equation of system

$$m \ddot{x}(t) + p(t) = F(t) \quad (25)$$

Where $x(t)$ is displacement of mass m , $F(t)$ is external force, $p(t)$ là internal force in viscoelastic materials (Fig.1a, Fig.1b).

Property of Maxwell model: active forces on elastic element and viscous element are the same, total displacement is sum of ingredient displacements. Thus, we have

$$x = x_1 + x_2 \quad (26)$$

$$p = p_1 = p_2 \quad (27)$$

And
$$p_1 = kx_1, p_2 = c\dot{x}_2 \quad (28)$$

Derivative of expression (26)
$$\dot{x} = \dot{x}_1 + \dot{x}_2 \quad (29)$$

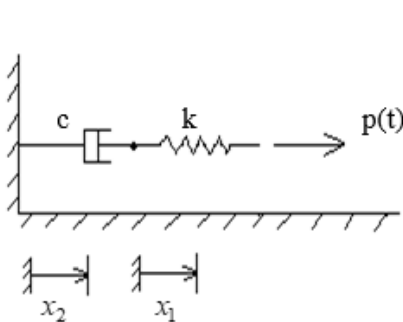


Fig. 1a

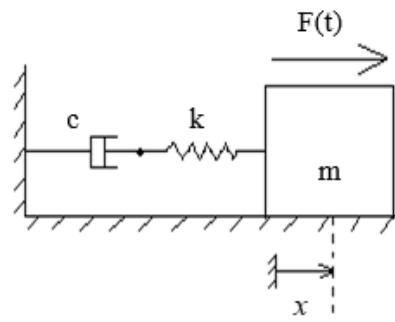


Fig. 1b

Equation (28) yeilds $\dot{x}_1 = \frac{\dot{p}_1}{k}$, $\dot{x}_2 = \frac{p_2}{c}$. Substituting into (29), we obtain

$$\dot{x} = \frac{\dot{p}_1}{k} + \frac{p_2}{c} \quad (30)$$

From equations (26) and (30) we deduce relation between internal force and displacement

$$\dot{x} = \frac{\dot{p}}{k} + \frac{p}{c} \Rightarrow p + \frac{c}{k} \dot{p} = c \dot{x} \quad (31)$$

Substituting equation (25) into equation (31) we obtain the motion equation of Maxwell model

$$\frac{c}{k} m \ddot{x} + m \dot{x} + c x = F + \frac{c}{k} \dot{F} \quad (32)$$

3.2. Calculating linear vibration

We have the motion equation of Maxwell model at time t_n

$$\frac{c}{k} m \ddot{x}_n + m \dot{x}_n + c x_n = F_n + \frac{c}{k} \dot{F}_n \quad (33)$$

Applying formulas (22) and (23), we obtain \ddot{x}_n

$$\begin{aligned} & \left[a_1 + \alpha h a_2 + \gamma h^2 a_3 + \beta h^3 a_4 \right] \ddot{x}_n = f_n - a_2 \left[\ddot{x}_{n-1} + (1 - \alpha) h \ddot{x}_{n-1} \right] \\ & - a_3 \left[\dot{x}_{n-1} + h \ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \gamma \right) h^2 \ddot{x}_{n-1} \right] - a_4 \left[x_{n-1} + h \dot{x}_{n-1} + \frac{h^2}{2} \ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{1}{6} - \beta \right) h^3 \ddot{x}_{n-1} \right] \end{aligned} \quad (34)$$

Where $a_1 = \frac{c}{k} m, a_2 = m, a_3 = c, a_4 = 0, f_n = F_n + \frac{c}{k} \dot{F}_n$.

By substituting the above value of \ddot{x}_n into equations (14-16), we get the approximation formulas of displacements, velocities and accelerations of system

$$\begin{aligned} \ddot{x}_n &= \ddot{x}_{n-1} + (1 - \alpha) h \ddot{x}_{n-1} + \alpha h \ddot{x}_n, \\ \dot{x}_n &= \dot{x}_{n-1} + h \ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \gamma \right) h^2 \ddot{x}_{n-1} + \gamma h^2 \ddot{x}_n, \\ x_n &= x_{n-1} + h \dot{x}_{n-1} + \frac{h^2}{2} \ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{1}{6} - \beta \right) h^3 \ddot{x}_{n-1} + \beta h^3 \ddot{x}_n. \end{aligned} \quad (36)$$

With the initial conditions of $x(0), \dot{x}(0), \ddot{x}(0)$, we determine values of $\ddot{x}(0)$:

$$\ddot{x}(0) = \frac{k}{cm} \left[F(0) + \frac{c}{k} \dot{F}(0) - m \ddot{x}(0) - c \dot{x}(0) \right].$$

4. Numerical example

We have tried out the algorithm on an example. We have chosen

$$m = 50(\text{kg}), c = 30(\text{Ns/m}), k = 50(\text{N/m}), h = 0.1(\text{s}), \alpha = 0.5, \gamma = 0.25, \beta = 1/12, F = \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)(\text{N})$$

$$x(0) = 0(\text{m}), \dot{x}(0) = 1(\text{m/s}), \ddot{x}(0) = 0(\text{m/s}^2) \Rightarrow \ddot{x}(0) = \frac{48}{\sqrt{2}} - 1(\text{m/s}^2).$$

The differential equation of motion has following form

$$30\ddot{x} + 50\dot{x} + 30x = \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right) + 0.6\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (37)$$

The solution of Eq. (37) obtained by the Newmark method is represented in Fig.2.

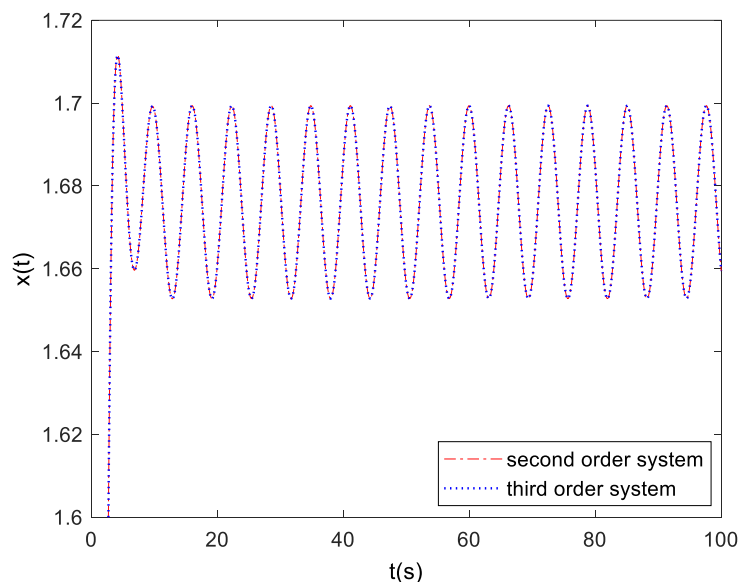


Fig. 2 – Time histories of the displacement in Eq. (37)

5. Conclusions

Based on idea of the Newmark integration method, the approximation formulas for the third order dynamic systems are developed in this paper. Then, using the Newmark integration scheme, a numerical algorithm is developed to calculate dynamic response of third order systems. In the example, a good agreement is obtained by the Newmark method between second order system and third order system. The single-step Newmark numerical integration algorithm presented here for Maxwell third order systems is

effective and successful. According to this algorithm, a computer program is developed using MATLAB software.

References

1. N.M. Newmark, "A Method of Computation for structural Dynamics", ASCE Journal of Engineering Mechanics Division, Vol. 85, pp 67 – 94, 1959.
2. M . G eradin, D. Rixen, Mechanical Vibrations, Wiley, Chichester 1994.
3. M. West, C. Kane, J.E. Marsden, and M. Ortiz, "Variational integrators, the Newmark scheme, and dissipative systems", International Conference on Differential Equations, Berlin, 1999.

  Thuy B.T., 2023