



TẠP CHÍ **KHOA HỌC**
ĐỒ ĐẠC VÀ BẢN ĐỒ

ISSN: 2734-9292

VIỆN KHOA HỌC ĐỒ ĐẠC VÀ BẢN ĐỒ - BỘ TÀI NGUYÊN VÀ MÔI TRƯỜNG



Số 48

6 - 2021

NGHIÊN CỨU THUẬT TOÁN BÌNH SAI HỖN HỢP LƯỚI MẶT BẰNG VÀ GNSS CÓ ĐIỂM TRẠM CORS

Hoàng Ngọc Hà^{(1)*}, Lê Huy Nam⁽²⁾

⁽¹⁾Trường Đại học Mở- Địa chất Hà Nội

⁽²⁾ Cục Bản đồ, Bộ Tổng tham mưu

Tóm tắt

Trong bài báo đã nghiên cứu thuật toán nhằm xử lý hỗn hợp lưới mặt bằng với các trị đo mặt đất như đo góc, đo cạnh, các trị đo GNSS baseline và số liệu từ trạm CORS trên cơ sở ứng dụng lý thuyết bình sai với sai số số liệu gốc và bình sai truy hồi để giải quyết bài toán thực tế. Đã tính toán thực nghiệm trên ví dụ lưới cụ thể để làm rõ phương pháp và kiểm chứng lý thuyết.

1. Đặt vấn đề

Ngày nay với sự phát triển mạnh mẽ và sự tiện dụng trong khai thác của hệ thống GNSS, các mạng lưới trắc địa được xây dựng đa dạng hơn với việc sử dụng công nghệ truyền thống và kết hợp số liệu GNSS. Về mặt lý thuyết việc xử lý số liệu chặt chẽ và đơn giản hơn nếu được tiến hành trong các hệ tọa độ không gian địa tâm và trắc địa [2],[3]. Tuy nhiên, việc xác định độ cao trắc địa ($H=h+\zeta$) với độ chính xác cao còn gặp khó khăn do việc tính toán dị thường độ cao ζ gắn với công tác hoàn thiện mạng lưới trọng lực và mô hình Geoid ở Việt Nam. Công việc này đang được tích cực triển khai ở nước ta. Trong thực tế vẫn tiến hành tính toán bình sai mạng lưới hỗn hợp mặt đất và GNSS ở dạng mặt bằng và độ cao riêng biệt. Trong những năm gần đây, cùng với sự phát triển của công nghệ GNSS, các trạm CORS được xây dựng rộng khắp trong phạm vi cả nước. Và trong những năm sắp tới, công việc này còn phát triển mạnh mẽ hơn. Bài toán xử lý hỗn hợp trị đo mặt đất và GNSS sẽ phải thêm yếu tố sử dụng thông tin từ các trạm CORS.

Chính vì vậy cần phải nghiên cứu bổ sung các thuật toán nhằm xử lý hỗn hợp các trị đo mặt đất như đo góc, đo cạnh, các trị đo vệ tinh như baseline và số liệu từ trạm CORS để giải quyết bài toán thực tế của đo đạc phục vụ công tác trắc địa, địa chính, và công trình.

Trong bài báo sẽ trình bày lý thuyết và thuật toán bình sai lưới hỗn hợp trên cơ sở ứng dụng lý thuyết bình sai với sai số số liệu gốc và bình sai truy hồi [2],[3].

2. Cơ sở lý thuyết của thuật toán

Trong cấu trúc của lưới hỗn hợp có các trị đo mặt đất gồm các trị đo góc, đo cạnh. Các trị đo GNSS gồm các trị đo Baseline $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ đã được chuyển về các giá trị

Comment [H1]: Ý chuẩn? Còn việc đo đ liên quan đến mô hình

*Tác giả chính. E-mail: hoanghakhcn@gmail.com (Hoàng Ngọc Hà)

$\Delta x, \Delta y$. Thuật toán bình sai dựa trên phương pháp bình sai gián tiếp với việc thành lập hệ phương trình các số hiệu chỉnh cho từng loại trị đo [1],[2],[3].

Trong lưới hỗn hợp có một số điểm là điểm GNSS CORS, chúng ta ứng dụng lý thuyết bình sai với sai số liệu gốc như sau [3],[4],[5].

Ký hiệu Δx - vector của số hiệu chỉnh các tham số; $\hat{\Delta x}$ - vector của các ẩn số liên quan tới các điểm GNSS. Hệ phương trình các số hiệu chỉnh sẽ là:

$$\begin{aligned} V &= A\Delta x + \alpha\hat{\Delta x} + L \\ \hat{V} &= E\hat{\Delta x} + L_g \end{aligned} \quad (1)$$

Nếu vector của giá trị gần đúng x^0 của vector số liệu điểm GNSS được chọn bằng x, y của chính điểm đó thì $L_g = 0$.

Chúng ta giải với điều kiện:

$$V^T P V + \hat{V}^T Q_g^{-1} \hat{V} = \min \quad (2)$$

Như vậy, tương ứng với phương trình số hiệu chỉnh (1) chúng ta có ma trận trọng số:

$$\bar{P} = \begin{pmatrix} P & \\ & Q_g^{-1} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Ma trận hệ số của hệ phương trình chuẩn sẽ là:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c|c} A^T & O \\ \alpha^T & E \end{array} \right) \left(\begin{array}{c|c} P & \\ & Q_g^{-1} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c|c} A & \alpha \\ O & E \end{array} \right) = \\ & \left(\begin{array}{cc|c} A^T P & O & \\ \alpha^T P & Q_g^{-1} & \end{array} \right) \left(\begin{array}{c|c} A & \alpha \\ O & E \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc|c} A^T P A & A^T P \alpha & \\ \alpha^T P A & \alpha^T P \alpha + Q_g^{-1} & \end{array} \right) \end{aligned}$$

Hệ phương trình chuẩn có thể viết dưới dạng:

$$\begin{pmatrix} R & R\alpha \\ R_\alpha^T & R_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \hat{\Delta x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ b\alpha \end{pmatrix} = 0 \quad (4)$$

□ đây $R = A^T P A$; $R\alpha = A^T P \alpha$; $R_x = R\alpha\alpha + P$, $R_\alpha\alpha = \alpha^T P \alpha$

$$b\alpha = \alpha^T P L$$

Hệ phương trình (4) có thể viết gọn lại dưới dạng sau.

$$\bar{R}\Delta x + \bar{b} = 0$$

$$\bar{Q} = \bar{R}^{-1} \quad (5)$$

Thuật toán có thể được phát triển, ứng dụng lý thuyết bình sai truy hồi như sau.

Chúng ta bình sai lưới theo 2 bước :

Bước 1 : Bình sai lưới dựa vào hệ phương trình đầu tiên của hệ phương trình các số hiệu chỉnh (1), thành lập hệ phương trình chuẩn và tiến hành bình sai theo phương pháp bình sai gián tiếp thông thường với các trị đo là góc, cạnh lưới mặt đất và các giá trị Δx , Δy của lưới GNSS.

Bước 2: Trên cơ sở phương trình 2 của hệ (1) , tính toán theo công thức truy hồi [2], [4], như sau:

$$Qx_i = Qx_{i-1} - Z_i^T N_i^{-1} Z_i \quad (6)$$

□ đây:

$$Z_i = Qx_{i-1} A_i^T \quad (7)$$

$$N_i = Q_i + A_i Z_i^T \quad (8)$$

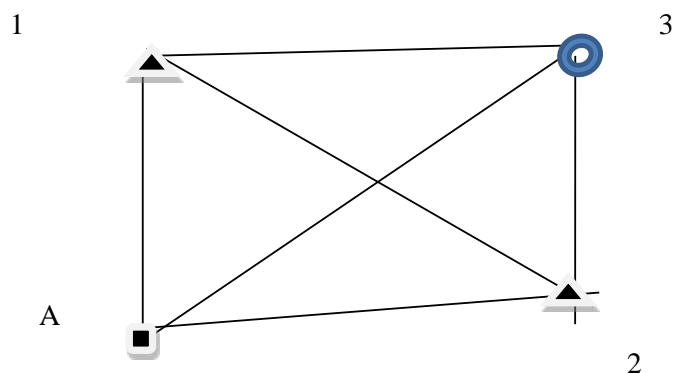
Ma trận $A_i = E$; E- Ma trận đơn vị

Q_i - Ma trận trọng số tọa độ điểm GNSS CORS.

3. Thực nghiệm

3.1. Thông tin lưới thực nghiệm

Để tính toán thực nghiệm minh họa lý thuyết đã trình bày, chúng ta xem xét bình sai lưới hỗn hợp mặt đất và GNSS với sơ đồ lưới ở hình vẽ sau.



Điểm A trên hình vẽ là điểm góc với tọa độ được trình bày ở bảng 1

Bảng 1. Tọa độ điểm gốc

Tên điểm	X(m)	Y(m)
A	2347681.024	582254.733

Bảng 2. Tọa độ gần đúng độ các điểm cần xác định

STT	Tên điểm	x(m)	y(m)
1	1	2348240.287	581951.181
2	2	2347467.097	582958.698
3	3	2348056.279	582694.727

a). Số liệu đo GNSS sau khi đã tính chuyển

Bảng 3. Số liệu đo GNSS sau khi đã tính chuyển

STT	Tên cạnh	Δx	Δy	P
1	A-1	559.262	-303.552	$\begin{pmatrix} 220233 & 12516 \\ & 103612 \end{pmatrix}$
2	2-A	213.928	-703.965	$\begin{pmatrix} 464671 & 119 \\ & 314268 \end{pmatrix}$
3	3-A	-375.256	-439.996	$\begin{pmatrix} 362573 & 6196 \\ & 195314 \end{pmatrix}$
4	2-1	773.189	-1007.523	$\begin{pmatrix} 442890 & 40374 \\ & 198457 \end{pmatrix}$
5	3-1	184.005	-743.549	$\begin{pmatrix} 494822 & 42379 \\ & 207054 \end{pmatrix}$
6	2-3	589.182	-263.971	$\begin{pmatrix} 1365356 & -21627 \\ & 1009745 \end{pmatrix}$

Comment [H3]: N
GNSS

b). Số liệu đo mặt đất $m_\beta = 4''$; $m_s = 2 + 2ppm$

Bảng 4. Số liệu đo cạnh

STT	Tên cạnh	S(m)	m_s	$P_s = \frac{c}{m_s^2}$ (chọn $C = m_\beta^2$)
1	A-1	636.341	3.3	1.493
2	2-A	735.768	3.5	1.327
3	3-A	578.297	3.2	1.605
4	2-1	1270.034	4.5	0.776
5	3-1	765.991	3.5	1.282
6	2-3	645.623	3.3	1.477

Bảng 5. Số liệu đo góc

STT	Tên góc			$\beta(^{\circ} \ ' \ '')$	$P_{\beta} = \frac{C}{m_{\beta}^2}$ (chọn $C = m_{\beta}^2$)
	Điểm trái	Điểm giữa	Điểm phải		
1	3	A	2	57 21 47	1
2	1	A	3	78 02 03	1
3	2	1	A	24 00 08	1
4	3	1	2	23 36 15	1
5	A	3	1	54 21 34	1
6	2	3	A	73 40 23	1
7	1	2	3	28 21 49	1
8	A	2	1	20 36 01	1

3.2. Tính toán bình sai

Tính toán các thành phần ma trận A và vector L trong hệ phương trình các số hiệu chỉnh được trình bày trong bảng 5.

Bảng 6. Ma trận A và vector L

TT	SHC	d_{x1}	d_{y1}	d_{x2}	d_{y2}	d_{x3}	d_{y3}	L
1	$V\Delta xA1$	1	0	0	0	0	0	0.001
2	$V\Delta yA1$	0	1	0	0	0	0	0
3	$V\Delta x2A$	0	0	-1	0	0	0	-0.001
4	$V\Delta y2A$	0	0	0	-1	0	0	0
5	$V\Delta x3A$	0	0	0	0	-1	0	0.001
6	$V\Delta y3A$	0	0	0	0	0	-1	0.002
7	$V\Delta x21$	1	0	-1	0	0	0	0.001
8	$V\Delta y21$	0	1	0	-1	0	0	0.006
9	$V\Delta x3A$	1	0	0	0	-1	0	0.003
10	$V\Delta y3A$	0	1	0	0	0	-1	0.003
11	$V\Delta x23$	0	0	-1	0	1	0	0
12	$V\Delta y23$	0	0	0	-1	0	1	0
13	$V\beta1$	0	0	266.933	81.118	-270.072	230.334	0.1
14	$V\beta2$	-153.880	-283.507	0	0	270.072	-230.334	-6.8
15	$V\beta3$	-25.660	-185.109	-128.220	-98.398	0	0	9.6
16	$V\beta4$	131.911	-34.024	128.220	98.398	-260.131	-64.374	-2.3
17	$V\beta5$	260.131	64.374	0	0	9.942	-294.708	-0.5
18	$V\beta6$	0	0	-129.995	-290.148	-140.077	520.483	4.0
19	$V\beta7$	-128.220	-98.398	-1.775	-191.750	129.995	290.148	-2.2
20	$V\beta8$	128.220	98.398	138.713	-17.280	0	0	-1.9
21	V_{SA1}	0.879	-0.477	0	0	0	0	-0.009
22	V_{S2A}	0	0	-0.291	0.957	0	0	-0.015
23	V_{S3a}	0	0	0	0	0.649	0.761	-0.012

24	V_{S21}	0.609	-0.793	-0.609	0.793	0	0	-0.025
25	V_{S3A}	0.240	-0.971	0	0	-0.240	0.971	-0.013
26	V_{S23}	0	0	-0.913	0.409	0.913	-0.409	-0.010

Thành lập hệ phương trình chuẩn $R dx + b = 0$ với ma trận hệ số và vector số hạng tự do như sau:

$R =$

1300233.39	181134.37	-404673.16	-2498.411	-584776.63	-129292.00
181134.37	648432.57	-7177.768	-166423.53	-122246.55	-187085.16
-404673.16	-7177.768	2413195.74	101412.143	-1452823.79	6682.063
-2498.411	-166423.53	101412.14	1669668.94	-10159.99	-1204048.27
-584776.63	-122246.55	-1452823.79	-10159.99	2472917.99	-118839.81
-129292.01	-187085.16	6682.063	-1204048.27	-118839.81	1964308.12

$$b = \begin{pmatrix} 2921.996 \\ 2218.358 \\ -2499.186 \\ -3099.772 \\ -4103.053 \\ 2183.177 \end{pmatrix}$$

Ma trận trọng số đảo được tính như sau

$Q =$

1,30028E-06	-1,77862E-07	6,17286E-07	5,00537E-08	6,68159E-07	1,3765E-07
-1,77862E-07	1,90189E-06	-2,51916E-09	5,65466E-07	7,78279E-08	5,2076E-07
6,17286E-07	-2,51916E-09	9,40045E-07	9,51405E-09	7,02265E-07	8,55109E-08
5,00537E-08	5,65466E-07	9,51405E-09	1,25538E-06	9,05246E-08	8,32098E-07
6,68159E-07	7,78279E-08	7,02265E-07	9,05246E-08	9,87069E-07	1,64208E-07
1,3765E-07	5,2076E-07	8,55109E-08	8,32098E-07	1,64208E-07	1,08743E-06

Kết quả giải hệ phương trình chuẩn chúng ta tính được số hiệu chỉnh vào tọa độ gần đúng các điểm cần xác định. **Kết quả tính tọa độ sau bình sai được trình bày ở bảng 7.**

Comment [H4]: T

Với mô hình xây dựng lưới **Bảng 7. Tọa độ sau bình sai và sai số vị trí điểm**

TT	Tên điểm	x_{bs}	y_{bs}	m_x	m_y	m_p
1	1	2348240.285	581951.169	0.003	0.004	0.005
2	2	2347467.096	582958.694	0.003	0.003	0.004
3	3	2348056.279	582694.725	0.003	0.003	0.004

Với mô hình xây dựng lưới hiện đại, một số điểm trong lưới mặt bằng được nối với điểm trạm **CORS**, trong ví dụ đang xem xét, điểm 3 trong lưới được nối với điểm trạm **CORS**. Từ số liệu tọa độ B, L, H của điểm 3, chúng ta tính chuyển B, L về tọa độ phẳng x, y và ma trận trọng số $Q_{x,y}$ của điểm trạm CORS. Áp dụng các công thức (6) - (8) chúng ta có ma trận trọng số đảo như sau:

$$\bar{Q} = 10^{-6}.$$

8,518146235	2,431183022	1,474589357	-0,31687909	0,066587493	0,002579453
2,431183022	16,54774263	0,430304767	1,706107406	-9,5452E-06	0,047454002
1,474589357	0,430304767	4,445693689	-0,31230544	0,070896819	-0,00281631
0,316879091	1,706107406	0,312305439	6,232794859	-0,00349424	0,076345096
0,066587493	-9,54525E-06	0,070896819	-0,00349424	0,098971721	0,00015386
0,002579453	0,047454002	0,002816308	0,076345096	0,00015386	0,09906576

Bằng cách tính nghịch đảo ma trận hệ số trong hệ phương trình (4) cũng cho kết quả tương tự như cách tính theo phương pháp truy hồi.

4. Kết luận

Với sự phát triển công nghệ đo đạc mặt đất và GNSS, mạng lưới trắc địa được xây dựng đa dạng hơn. Điều đó kèm theo yêu cầu phương pháp tính toán, xử lý phải mềm dẻo nhưng phải đảm bảo sự chặt chẽ về lý thuyết. Trong bài báo đã đề xuất thuật

toán bình sai hỗn hợp lưới mặt bằng truyền thống kèm theo các trị đo Baseline được chuyển về mặt phẳng và có các điểm GNSS CORS dựa trên lý thuyết bình sai với sai số số liệu gốc và bình sai truy hồi. Thuật toán này cho phép bình sai chặt chẽ lưới hỗn hợp và có thể chia ra từng bước để phân tích, đánh giá chất lượng đo của lưới. Kết quả tính toán đã khẳng định độ tin cậy của thuật toán.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Hoàng Ngọc Hà, Trương Quang Hiếu. Cơ sở toán học xử lý số liệu trắc địa. *Nhà xuất bản Giao thông vận tải*. 2000.
- [2]. Hoàng Ngọc Hà, Bình sai tính toán lưới Trắc địa và GPS/GNSS. Nhà xuất bản Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội. 2020
- [3]. Markuze Y U. I., Hoàng Ngọc Hà . Bình sai các mạng lưới không gian mặt đất và vệ tinh, *Nhà xuất bản Nedra Matxcova*. Sách chuyên khảo (tiếng Nga). 1991
- [4]. Markuze Y U. I, Gôlubev V.V. Lý thuyết xử lý toán học lưới trắc địa. Alma Mater.2010 (Tiếng Nga).
- [5]. D. Smith, J. Heck, D. Gillins, K. Snow. On Least-Squares Adjustment Within the Variance Component Model with Stochastic Constraints. NOAA Technical Memorandum NOS NGS 72, 2018

Summary

RESEARCH ON ALGORITHM OF ADJUSTMENT OF HORIZONTAL AND GNSS NETWORKS WITH GNSS CORS POINTS

Hoàng Ngọc Hà^{(1)*}, Lều Huy Nam⁽²⁾

⁽¹⁾ *Hanoi University of Mining and Geology*

⁽²⁾ *Mapping Department, General Staff*

In this paper, an algorithm has been studied to process a mixture of horizontal networks with measurements such as angle, distance, GNSS baseline measurements and data from CORS station on the basis of application of adjustment theory with original data error and recurrent adjustment to solve real problems. Experimental calculations have been performed on specific grid examples to clarify the method and test the theory.

*Tác giả chính. [E-mail: hoanghakhcn@gmail.com](mailto:hoanghakhcn@gmail.com) (Hoàng Ngọc Hà)

